가천대학교

문제편

25문항 · 60분

01 극한 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x^2+2x+1}-\sqrt{2x^2-2x+1}\right)$의 값은?

① 1
② $\sqrt{2}$
③ $2\sqrt{2}$
④ 4

02 곡선 $y = x + \arctan y$ 위의 점 $(1-\frac{\pi}{4}, 1)$에서 접선의 기울기는?

① -2
② -1
③ 1
④ 2

03 곡선 $x(t) = 3 + t^2$, $y(t) = \cosh(t^2)$, $0 \le t \le 1$의 길이는?

① 1
② $\cosh 1$
③ $\sinh 1$
④ $\tanh 1$

가천대학교

04 점 $(1,4)$가 곡선 $y=x^3+ax^2+bx+1$의 변곡점일 때, b의 값은? (단, a,b는 상수)

① 1 ② 3
③ 5 ④ 7

05 행렬 $A=\begin{pmatrix}3&0&0\\4&2&0\\5&6&-1\end{pmatrix}$에 대하여 보기에서 옳은 것의 개수는?

ㄱ. A의 고유값은 A의 주대각선상의 성분과 일치한다.
ㄴ. A는 대각화가 가능하다.
ㄷ. A는 직교대각화가 가능하다.

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3

06 함수 $f(x)=\ln(\sec^2 x)$에 대하여 다음 극한의 값은?

$$\lim_{x\to 0}\frac{f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)-2f\left(\frac{\pi}{4}\right)+f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}{x^2}.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

가천대학교

07 연속함수 $f(x)$가 $f(x)+f(-x)=ax^2+1$, $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=3$을 만족할 때, 상수 a의 값은?

① 3 ② 4
③ 5 ④ 6

08 멱급수 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n \ln n}$의 수렴구간에 속하는 모든 정수의 개수는?

① 2 ② 3
③ 4 ④ 5

09 두 직선 $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=z$와 $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{2}=z-1$을 포함하는 평면의 방정식은?

① $x+y+z-3=0$ ② $x-y+z-3=0$
③ $x+y-3=0$ ④ $x-y-3=0$

가천대학교

10 원점 $(0,0,0)$에서 곡면 $y^2 = 9 + xz$까지의 최단거리는?

① 1 ② 3
③ 5 ④ 6

11 함수 $f(x) = e^{x^3}$에 대하여 $\int_0^1 ((f''(x))^2 + f'(x)f'''(x))\,\mathrm{d}x$의 값은?

① e ② e^2
③ $15e$ ④ $45e^2$

12 좌표평면에서 곡선 $y = e^{-|x|}$와 x축 사이에 있고 한 변이 x축에 평행한 직사각형의 최대 넓이는?

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$
③ $\frac{3}{e}$ ④ $\frac{4}{e}$

가천대학교

13 다음 선형 연립방정식이 무수히 많은 해를 갖기 위한 실수 a의 값은?

$$\begin{cases} -3x-3y+(a^2-5a)z=a-5 \\ x+z=2 \\ 2x+y+3z=3 \end{cases}.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

14 이변수 함수 $f(x,y)=\frac{x^2}{2}+y^2$의 그래프 위 점 (a,b,c)에서 접평면이 $2x+2y-z-3=0$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 5 ② 6
③ 7 ④ 8

15 다음 이중적분의 값은?

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{3}y} xy \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y + \int_2^4 \int_0^{\sqrt{16-y^2}} xy \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① 16 ② 18
③ 20 ④ 24

가천대학교

16 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 두 곡선 $y = f(x)$와 $y = g(x)$로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① 1 ② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$

17 $y = y(x)$가 미분방정식 $y' = xe^y$, $y(0) = 0$의 해일 때, $y(1)$의 값은?

① 0 ② $\ln 2$

③ e ④ $\ln 3$

18 아래 두 행렬의 행렬식이 차례로 α, β일 때, 행렬 C의 행렬식은? (단, α, β는 상수)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & -2a_{13} \\ 2a_{21} - b_{21} & 2a_{22} - b_{22} & -2a_{23} + b_{23} \\ -2a_{31} & -2a_{32} & 2a_{33} \end{pmatrix}.$$

① $-8\alpha + 8\beta$ ② $-8\alpha + 4\beta$

③ $8\alpha - 4\beta$ ④ $8\alpha - 8\beta$

가천대학교

19 $F(x,y,z)=(x+y^2, y+z^2, z+x^2)$이고 C는 세 점 $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 둘레일 때, $\int_C F\cdot \mathrm{d}r$의 값은?

편집 보충: 꼭짓점을 나열된 순서로 돌아 출발점으로 되돌아간다.

① -1
② 0
③ $\dfrac{\pi}{2}+1$
④ $3e^2-\dfrac{3}{4}$

20 $L(x,y,z)=(2x-y, x+y+z)$로 정의된 선형변환 $L:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$에 대해 $v=(1,a,b)$가 핵공간 $\ker(L)$에 속한다. $w=(1,-2,1)$의 v로의 벡터사영이 $\mathrm{proj}_w\, v = kw$일 때, k의 값은?

편집 해석: 제시된 수식에 따라 v를 w로 사영한다.

① -1
② $-\dfrac{5}{9}$
③ $\dfrac{7}{6}$
④ $\dfrac{4}{3}$

21 C가 단위원일 때, $\oint_C (x-y^3)\,\mathrm{d}x + x^3\,\mathrm{d}y$의 값은?

편집 보충: 기존 해설과 같이 반시계 방향으로 돈다.

① $\dfrac{\pi}{3}$
② $\dfrac{2\pi}{3}$
③ $\dfrac{3\pi}{2}$
④ 2π

가천대학교

22 실수 a, b에 대해 행렬 $\begin{pmatrix} a & b & \frac{1}{2} \\ b & \frac{1}{2} & a \\ \frac{1}{2} & a & b \end{pmatrix}$가 직교행렬일 때, $a+b$의 값은? (단, $a+b>0$)

① $\frac{1}{2}$ ② 1
③ $\frac{3}{2}$ ④ 2

23 적분방정식 $y(t)+4\int_0^t y(\tau)(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = 4t$의 해에 대하여 $y(\frac{\pi}{4})$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

24 E가 네 꼭짓점 $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,2)$인 입체 사면체일 때, $\iiint_E 6z\,\mathrm{d}V$의 값은?

① 2 ② 4
③ 6 ④ 8

가천대학교

25 곡선 $x^2+y^2-4x+3=0$으로 둘러싸인 영역을 y축을 중심으로 회전하여 얻은 회전체의 부피는?

① π^2 ② $2\pi^2$

③ $4\pi^2$ ④ $8\pi^2$