중앙대학교

문제편

30문항 · 60분

01 아래 극한의 값은?

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\tan\theta - \sin\theta}{\theta^3}.$$

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$

02 곡선 $e^{\frac{x}{y}} = x - y$ 위의 점 $(0, a)$에서 접선이 직선 $y = x + 3$과 점 (b, c)에서 만날 때, $a + b + c$의 값은?

① 5 ② 10

③ 20 ④ 40

03 $\mathbb{R}^3$의 두 점 $A(1,1,1)$, $B(1,1,2)$와 평면 $2x - y + z = 0$ 위의 점 P에 대하여 거리의 합 $PA + PB$의 최솟값은?

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$

③ $\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{8}$

중앙대학교

04 세 점 $(1,0)$, $(1,2)$, $(4,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 내부를 T라 할 때, 아래 이중적분의 값은?

$$\iint_T y^2 \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$

05 2×2 행렬 A가 아래 조건을 만족한다. $A^{17}\begin{pmatrix}11\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$일 때, $x-y$의 값은?

$$A\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix},\quad A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}.$$

① 2^{19} ② 2^{21}

③ 3^{19} ④ 3^{21}

06 아래 적분 $I(E)$의 값이 최대가 되도록 $\mathbb{R}^3$의 영역 E를 정할 때, $I(E)$의 값은?

$$I(E)=\iiint_E (1-x^2-2y^2-3z^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

① $\frac{2\pi}{15\sqrt{6}}$ ② $\frac{8\pi}{15\sqrt{6}}$

③ $\frac{4\pi}{5\sqrt{6}}$ ④ $\frac{2\pi}{5\sqrt{6}}$

중앙대학교

07 $\mathbb{R}^3$의 순서기저 $\beta=\{v_1,v_2,v_3\}$에 관한 선형변환 $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$의 행렬 표현이 아래와 같다. $w_1=v_1+2v_2+4v_3$, $w_2=v_2+2v_3$, $w_3=v_3$에 대하여 $T(w_1+w_2+w_3)=\alpha w_1+\beta w_2+\gamma w_3$라 할 때, $\alpha+\beta+\gamma$의 값은?

$$[T]_\beta=\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}.$$

① -2 ② -1

③ 0 ④ 3

08 타원 $x^2+4y^2=8$ 위의 점 $(2,1)$에서 곡률의 값은?

① $\dfrac{2\sqrt{5}}{25}$ ② $\dfrac{4\sqrt{5}}{25}$

③ $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ④ $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

09 3×3 행렬 A의 특성다항식이 $\det(A-tI)=-t^3+2t^2+6t-1$이다. 행렬 A^2의 특성다항식 $p(t)=\det(A^2-tI)$에 대하여 $p'(1)$의 값은? (단, I는 3×3 단위행렬이다.)

① -5 ② 7

③ -11 ④ 13

중앙대학교

10 선형변환 $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$를 $T\boldsymbol{v} = A\boldsymbol{v}$로 정의한다. T의 계수를 r, 영공간의 차원을 n이라 할 때, $r - n$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & -4 & 13 \\ 2 & 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}.$$

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3

11 행렬 M의 기약행사다리꼴이 아래와 같다. M의 첫째, 둘째, 넷째 열이 각각 $(1,1,2)^T$, $(3,1,-1)^T$, $(2,1,1)^T$일 때, M의 다섯째 열의 성분을 모두 더하면?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

① 29 ② 34
③ 42 ④ 47

12 곡면 $S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = \frac{y^2}{2}, 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\right\}$에 대하여 아래 곡면적분의 값은?

$$\iint_S \sqrt{1+y^2}\,\mathrm{d}S.$$

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
③ 1 ④ $\frac{4}{3}$

중앙대학교

13 $T(1,0)=(1,2)$, $T(0,1)=(1,-3)$을 만족하는 선형변환 $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$가 세 점 $P(1,1)$, $Q(2,3)$, $R(3,2)$를 각각 P', Q', R'로 옮긴다. 세 점 P', Q', R'를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는?

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$

③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$

14 아래 곡선의 길이는?

$$\boldsymbol{r}(t)=\left(\frac{t+1}{t^2+1},\frac{t(t+1)}{t^2+1}\right),\quad 0\le t\le 1.$$

① π ② $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$

③ $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ ④ $\frac{\pi}{4}$

15 $c>0$일 때, 아래 멱급수의 수렴반지름은? (단, 실수 α와 양의 정수 n에 대해 $(\alpha)_n=\alpha(\alpha+1)\cdots(\alpha+n-1)$로 정의한다.)

$$1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2)_n(-3)_n}{n!(c)_n}\left(\frac{x}{2}\right)^{2n}.$$

① 2 ② $3c$

③ $6c$ ④ $+\infty$

중앙대학교

16 아래 정적분의 값은?

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\,\mathrm{d}x.$$

① $-1-\frac{\pi}{2}$ ② $-1+\frac{\pi}{2}$

③ $1-\frac{\pi}{2}$ ④ $1+\frac{\pi}{2}$

17 아래 정적분의 값은?

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin^3 x\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$

18 아래 정적분의 값은?

$$\int_0^1 x^5 e^{-x^3}\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{1}{3}\left(1-\frac{2}{e}\right)$ ② $-\frac{1}{3e}$

③ $\frac{1}{3e}$ ④ $\frac{1}{3}\left(1+\frac{2}{e}\right)$

중앙대학교

19 $a > 0$일 때, 아래 특이적분의 값은?

$$\int_0^\infty e^{-at}\cos t\,\mathrm{d}t.$$

① $\dfrac{1}{1+a^2}$ ② $\dfrac{a}{1+a^2}$

③ $\dfrac{1+a}{1+a^2}$ ④ $\dfrac{1}{a}$

20 $g(x)=\frac{1-x}{1+x}$일 때, 아래 정적분의 값은?

$$\int_0^1 \frac{g(x)g'(x)}{\sqrt{1+[g(x)]^2}}\,\mathrm{d}x.$$

① $-\sqrt{2}$ ② -1

③ $1-\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{2}-1$

21 구간 $[0,1]$에서 연속인 함수 R에 대해 정적분 $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} R(\cos x)\,\mathrm{d}x$를 $u=\tan\left(\frac{x}{2}\right)$로 치환하여 올바르게 나타낸 것은?

① $I=2\displaystyle\int_0^1 R\left(\frac{2u}{1+u^2}\right)\frac{\mathrm{d}u}{1+u^2}$

② $I=2\displaystyle\int_0^1 R\left(\frac{1-u^2}{1+u^2}\right)\frac{\mathrm{d}u}{1+u^2}$

③ $I=2\displaystyle\int_0^1 R\left(\frac{2u}{1+u^2}\right)\frac{\mathrm{d}u}{\sqrt{1+u^2}}$

④ $I=2\displaystyle\int_0^1 R\left(\frac{1-u^2}{1+u^2}\right)\frac{\mathrm{d}u}{\sqrt{1+u^2}}$

중앙대학교

22 $t > 0$일 때, 아래 함수 $A(t)$의 도함수 $A'(t)$를 구하면?

$$A(t) = \frac{1}{2}\cosh t \sinh t - \int_1^{\cosh t} \sqrt{\theta^2 - 1}\, \mathrm{d}\theta.$$

① $\frac{1}{2} + \sinh^2 t$ ② $\frac{1}{2} + \sinh^2 t - \sinh t$

③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2} + \sinh^2 t + \sinh t$

23 $\boldsymbol{r}(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}(\cos t, \sin t, t)$일 때, 외적 $\boldsymbol{r}(t) \times \boldsymbol{r}'(t)$의 크기는? (단, $t > 0$이다.)

① $\sqrt{1 + \frac{2}{t^2}}$ ② $\sqrt{t + \frac{1}{t}}$

③ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{t} + \frac{1}{t^3}}$ ④ $\sqrt{1 + \frac{1 + \sin(2t)}{t}}$

24 아래 함수 $B(x)$의 미분계수 $B'(0)$의 값은?

$$B(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{e^x - 1} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}.$$

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$

중앙대학교

25 모든 $|x| < 1$에 대하여 아래 식이 성립할 때, A_{20}의 값은?

$$-\int_0^x \frac{\log(1-t)}{t}\,\mathrm{d}t = \sum_{n=1}^{\infty} A_n x^n.$$

① $\frac{1}{441}$ ② $\frac{1}{420}$

③ $\frac{1}{400}$ ④ $\frac{1}{380}$

26 아래 보기의 급수 전개에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $|x| < \frac{3}{2}$이다.)

(가)
$$\frac{3}{3-2x} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n x^n.$$

(나)
$$\frac{6x}{(3-2x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{2}{3}\right)^n x^n.$$

(다)
$$-\frac{3}{2}\log(3-2x) = -\frac{3}{2}\log 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} x^n.$$

① (가), (나) ② (가), (다)

③ (나), (다) ④ (가), (나), (다)

27 실수 전체에서 무한히 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$의 $x = 1$에서 n차 도함수의 값이 각각 $(-2)^n$, $(-3)^n$이다. $x = 1$에서 $f(x)g(x)$의 8차 도함수의 값은?

① 1 ② 2^8

③ 3^8 ④ 5^8

중앙대학교

28 구 $x^2+y^2+z^2=19$ 위에서 함수 $f(x,y,z)=2x+3y+5z$의 최댓값은?

① $19\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{2}$

③ $38\sqrt{3}$ ④ $38\sqrt{2}$

29 영역 $\Omega=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0\le y\le x, x^2+y^2\le 1\}$의 경계를 $\partial\Omega$라 할 때, 아래 선적분의 값은? (단, 경계의 방향은 반시계방향이다.)

$$P=x^3-y^3+y^2,\quad Q=x^3+x+2xy.$$
$$\oint_{\partial\Omega}(P\,\mathrm{d}x+Q\,\mathrm{d}y).$$

① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $5\dfrac{\pi}{16}$

③ $5\dfrac{\pi}{8}$ ④ $5\dfrac{\pi}{2}$

30 아래 행렬식의 방정식이 성립하는 경우를 고르면?

$$\det\begin{pmatrix} a & b & a & b \\ 0 & a & b & a \\ 2a & 3a+2b & 3a+3b & 3a+2b \\ 3a & -a+3b & 3a-b & 3b \end{pmatrix}=16.$$

① $a=-3,\quad b=-\dfrac{1}{3}$

② $a=2,\quad b=-\dfrac{1}{4}$

③ $a=-1,\quad b=\dfrac{1}{12}$

④ $a=1,\quad b=\dfrac{1}{3}$