아주대학교

문제편

25문항

원문 수학 26–50번을 교재 1–25번으로 정리했습니다. 한 페이지에 3문항씩, 마지막 장에는 25번을 실었습니다. 두 공통 지문과 표를 다시 작성했습니다.

01 다음 중 옳지 않은 것은?

① 실수 전체에서 연속인 함수 f에 대해 $f(1)=1$이면 $\lim_{x\to 1}\ln(f(x))=0$이다.

② $\lim_{x\to\infty}\arctan x=\frac{\pi}{2}$.

③ $\lim_{x\to 1}(\sin x)^{-1}=\frac{\pi}{2}$.

④ 모든 실수 x에 대해 $\tan(\arctan x)=x$.

⑤ $0<x<\frac{\pi}{2}$이면 $\sin x>\sin^2 x$이다.

02 $\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$의 값은?

① $-2\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

② $-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

③ $-\dfrac{1}{3}$

④ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

⑤ $2\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

03 극한의 값은?

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\sin\left(\frac{1}{3n}\right)\right)^{2n}.$$

① 발산

② $e^{-\frac{2}{3}}$

③ $e^{\frac{2}{3}}$

④ $e^{-\frac{3}{2}}$

⑤ $e^{\frac{3}{2}}$

아주대학교

04 곡선 $x^4+y^2=4$ 위의 점 $\left(-1,\sqrt{3}\right)$에서 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$의 값은?

① $-\frac{22}{3\sqrt{3}}$ ② $-22\sqrt{3}$

③ 0 ④ $22\sqrt{3}$

⑤ $\frac{22}{3\sqrt{3}}$

05 두 곡면 $S_1 : \frac{x^2}{4}+y^2-\frac{z}{2}=1$, $S_2 : x^2+y^2+z^2=9$의 교선을 C라 하자. $(2,1,2)$에서 C의 접선을 올바르게 나타낸 것은? (모든 보기에서 t는 실수이다.)

① $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$ ② $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$

③ $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1+2t \\ z=2-2t \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-2t \\ z=2-2t \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=2-2t \end{cases}$

06 곡선 $y=2\sqrt{x}$ $(3\le x\le 8)$를 x축 주위로 회전하여 얻은 곡면의 넓이는?

① $76\frac{\pi}{5}$ ② $152\frac{\pi}{5}$

③ $76\frac{\pi}{3}$ ④ $152\frac{\pi}{3}$

⑤ 38π

아주대학교

07 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$은 수렴한다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n\sqrt{n}}$은 수렴한다.

ㄷ. $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$의 수렴반경이 2 이상이면 $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n a_n$은 수렴한다.

ㄹ. $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n a_n$이 수렴하면 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$의 수렴반경은 2 이하이다.

① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

08 곡선 $y = \sqrt{x}$와 $y = \frac{x}{2}$로 둘러싸인 영역을 직선 $x = -1$을 축으로 회전한 입체의 부피는?

① $16\frac{\pi}{5}$ ② $64\frac{\pi}{15}$
③ $104\frac{\pi}{15}$ ④ $128\frac{\pi}{15}$
⑤ $64\frac{\pi}{5}$

09 수열 $a_n = (-1)^n \frac{1}{(\ln(n+1))^{\frac{1}{3}}}$ $(n \geq 1)$에 대해 다음 급수 중 수렴하는 것은 모두 몇 개인가?

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$
ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n^3$ ㄹ. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n^{2021}$

① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

아주대학교

10 곡선 $y = x^2 - 2$와 직선 $y = 2$로 둘러싸인 영역의 무게중심이 $(0, b)$일 때 b의 값은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$
③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$
⑤ $\frac{7}{10}$

11 함수

$$f(x) = \int_0^{x^2} |\cos t| \, dt$$

에 대해 $f''\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$의 값은?

① 존재하지 않음 ② -2
③ 2 ④ -2π
⑤ 2π

12 적분의 값은?

$$\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{x}}^1 \sqrt{1 + y^4} \, dy \, dx.$$

① $\frac{1}{6}\left(\sqrt{2} - 1\right)$ ② $\frac{1}{6}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$
③ $\frac{1}{3}\left(\sqrt{2} - 1\right)$ ④ $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$
⑤ $\frac{1}{3}$

아주대학교

13 $f(x)=\sqrt{1-\frac{x^3}{2}}$의 $x=0$에서의 6차 테일러 다항식을 $P_6(x)$라 할 때 $P_6(1)$의 값은?

① 1
② $\frac{3}{4}$
③ $\frac{23}{32}$
④ $\frac{5}{8}$
⑤ $\frac{3}{8}$

14 $f(x,y)=\sin(\pi x\frac{y}{2})+2x-y^2$의 $(1,1)$에서의 일차 근사를 이용한 $f(1.1,0.95)$의 근삿값은?

① 2.3
② 2.15
③ 2.05
④ 1.95
⑤ 1.85

15 멱급수의 수렴반경은?

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^2(n!)^3}{(3n)!}x^n.$$

① $\frac{1}{81}$
② $\frac{1}{27}$
③ 1
④ 27
⑤ 81

아주대학교

16 꼬인 위치의 두 직선

$$l_1 : x = 4t, \quad y = -3t, \quad z = -2t,$$
$$l_2 : x = 3, \quad y = 3s + 1, \quad z = s + 5$$

사이의 거리는? (t, s는 실수)

① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

17 곡선 $x^2 + 2y^2 = 1$ 위에서 함수 $f(x, y) = x^2 y$의 최댓값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$
③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{6}$
⑤ $\frac{\sqrt{6}}{9}$

18 다항함수 $f(x, y)$가 다음 표의 부분 정보를 가진다. 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

(a, b)	f	f_x	f_y	f_{xx}	f_{xy}	f_{yy}
$(0, 0)$	0	0	1	1	2	8
$(1, 2)$	2	0	0	−1	4	−2
$(-1, 1)$	c	0	0	1	2	8
$(2, 4)$	d	0	0	−2	−3	−6

ㄱ. f는 $(0, 0)$에서 극솟값을 가진다.
ㄴ. f는 $(1, 2)$에서 극댓값을 가진다.
ㄷ. $c < d$.
ㄹ. $c = -1$.

① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

아주대학교

19 두 곡면 $z = 12 - x^2 - y^2$, $z = 2x^2 + 2y^2$으로 둘러싸인 입체의 부피는?

① 3π ② 6π
③ 12π ④ 24π
⑤ 36π

20 반구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ $(z > 0)$에서 원통 $x^2 + y^2 = 1$의 내부에 속하는 부분의 겉넓이는?

① $2\left(2 - \sqrt{3}\right)\pi$ ② $4\left(2 - \sqrt{3}\right)\pi$
③ $\left(1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\pi$ ④ $\left(1 + \sqrt{3}\right)\pi$
⑤ $\left(2 + \sqrt{3}\right)\pi$

21 21–22번 공통 지문에서 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

21–22번 공통 지문: 이상적분에 관한 다음 성질과 부분적분을 생각하자.

$$\int_0^1 x^{-p}\,\mathrm{d}x \text{ 수렴} \leftrightarrow p < 1,$$
$$\int_1^\infty x^{-p}\,\mathrm{d}x \text{ 수렴} \leftrightarrow p > 1.$$

$0 \le f_1(x) \le f_2(x)$일 때 $\int_a^b f_2(x)\,\mathrm{d}x$가 수렴하면 $\int_a^b f_1(x)\,\mathrm{d}x$도 수렴한다. ($a, b$는 실수 또는 무한대이다.) 또 $\int_1^\infty |f(x)|\,\mathrm{d}x$가 수렴하면 $\int_1^\infty f(x)\,\mathrm{d}x$도 수렴한다. 위 성질을 사용해 $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x$의 수렴성을 살펴본다.

$$(*)\quad \int_1^\infty \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x = \lim_{b\to\infty}\int_1^b \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x$$
$$= \lim_{b\to\infty}\left\{-\frac{\cos b}{b} + \cos 1 - \int_1^b \frac{\cos x}{x^2}\,\mathrm{d}x\right\}$$
$$= \cos 1 - \int_1^\infty \frac{\cos x}{x^2}\,\mathrm{d}x.$$

ㄱ. 위 $(*)$ 과정에서 부분적분이 사용되었다.
ㄴ. $\int_1^\infty \frac{|\cos x|}{x^2}\,\mathrm{d}x$는 거듭제곱 적분과 비교판정에 의해 수렴한다.
ㄷ. $\int_1^\infty \frac{\cos x}{x^2}\,\mathrm{d}x$는 수렴한다.
ㄹ. $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x$는 수렴한다.

① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

아주대학교

22 21번 공통 지문과 관련하여 다음 보기 중 수렴하는 이상적분은 모두 몇 개인가?

ㄱ. $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\cos x}{x}\,\mathrm{d}x$

ㄴ. $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\cos x}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

ㄷ. $\displaystyle\int_\pi^\infty \sin(x^2)\,\mathrm{d}x$

ㄹ. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{x+x^2}\,\mathrm{d}x$

① 0개
② 1개
③ 2개
④ 3개
⑤ 4개

23 23–25번 공통 지문에서 값이 다른 하나는?

23–25번 공통 지문: C_r는 중심 $(3,3)$, 반지름 $r>0$인 원을 반시계 방향으로 도는 곡선이다. $\tilde{C}$는 포물선 $y=x^2$를 따라 $(1,1)$에서 $(2,4)$로 가는 곡선이다. 벡터장을 다음과 같이 정의한다.

$$F_1(x,y)=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j},\quad F_2(x,y)=-y\boldsymbol{i}-x\boldsymbol{j},$$
$$F_3(x,y)=\frac{x}{x^2+y^2}\boldsymbol{i}+\frac{y}{x^2+y^2}\boldsymbol{j},$$
$$F_4(x,y)=-\frac{2y}{x^2+y^2}\boldsymbol{i}+\frac{2x}{x^2+y^2}\boldsymbol{j},$$
$$F_5(x,y)=-\frac{y-2}{(x-2)^2+(y-2)^2}\boldsymbol{i}+\frac{x-2}{(x-2)^2+(y-2)^2}\boldsymbol{j}.$$

① $\displaystyle\int_{C_3} F_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$
② $\displaystyle\int_{C_3} F_2\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$
③ $\displaystyle\int_{C_3} F_3\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$
④ $\displaystyle\int_{C_3} F_4\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$
⑤ $\displaystyle\int_{C_3} F_5\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$

24 23번 공통 지문의 선적분 값은?

$$\int_{\tilde{C}} F_2\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}.$$

① -7
② -4
③ 0
④ 4
⑤ 7

아주대학교

25 23번 공통 지문의 극한 값은?

$$\lim_{r\to\infty}\int_{C_r} F_4\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}.$$

① 0
② 2π
③ 4π
④ 8π
⑤ ∞