중앙대학교

문제편

30문항 · 60분

01 아래 극한의 값은?

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin(x^2)}{\tan^3 x}.$$

① 0 ② 1
③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$

02 $\mathbb{R}^3$의 세 벡터 $(3-k,-1,0)$, $(-1,2-k,-1)$, $(0,-1,3-k)$가 일차종속이 되도록 하는 k의 값을 모두 더하면?

① 5 ② 8
③ 10 ④ 12

03 $x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=x^{x^{-2}}$의 극값의 종류와 값이 바르게 짝지어진 것은?

① 최솟값, $e^{\frac{1}{2e}}$ ② 최댓값, $e^{\frac{1}{2e}}$
③ 최솟값, $e^{\frac{1}{e}}$ ④ 최댓값, $e^{\frac{1}{e}}$

중앙대학교

04 아래 삼중적분의 값은?

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} x \, \mathrm{d}z \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{\pi-2}{2}$ ② $\dfrac{\pi-2}{4}$
③ $\dfrac{\pi-2}{8}$ ④ $\dfrac{\pi-2}{16}$

05 3×3 행렬 A에 대하여 A, A^2, A^3의 대각합이 각각 2, 10, 20일 때, $\det A$의 값은?
① 3 ② 6
③ 2 ④ -2

06 실수 x, y, z가 $x+y+2z=2$, $z=x^2+y^2$를 만족할 때, $e^{x^2+y^2+z^2}$의 최댓값은?
① e^3 ② e^6
③ e^8 ④ e^{10}

중앙대학교

07 평면 $x-2y+3z=0$을 만나지 않는 직선이 두 점 $(4,-5,6)$, $(0,0,a)$를 지날 때, $3a$의 값은?

① 32
② 16
③ 8
④ 4

08 타원 $x^2+4y^2=5$ 위의 점 (a,b)에서의 접선이 두 점 $(3,2)$, $(c,0)$을 통과한다. $b>0$일 때, $a+b+c$의 값은?

① -5
② -8
③ -10
④ -12

09 아래 보기 중 수렴하는 급수의 개수는?

(가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{7n+1}{n\sqrt{n}}$

(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n\sqrt{n}}$

(다) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{3}{n\sqrt{2\ln n+3}}$

(라) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)$

① 1개
② 2개
③ 3개
④ 4개

중앙대학교

10 아래 곡선 $\boldsymbol{c}$를 따라 벡터장 $\boldsymbol{F}$의 선적분 $\int_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$의 값은?

$$\boldsymbol{c}(t) = \left(\sqrt{t}, \arcsin t, t^5\right), \quad 0 \le t \le 1,$$
$$\boldsymbol{F}(x, y, z) = \left(e^x \sin y, e^x \cos y, z^2\right).$$

① $e + 1$
② $e + \dfrac{2}{3}$
③ $e + \dfrac{1}{3}$
④ $e + \dfrac{1}{6}$

11 박테리아 수가 처음에 P_0이었다가 1시간 뒤 $2P_0$가 되었다. 증가속도가 현재의 박테리아 수 $P(t)$에 비례할 때, 처음 수의 10배가 되는 데 걸리는 시간은?

① $\log_2 5$ 시간
② $\log_2 10$ 시간
③ $\log_e 5$ 시간
④ $\log_e 10$ 시간

12 아래 연립미분방정식의 해에 대하여 $x(\pi) + y(\pi)$의 값은?

$$x' = t - y, \quad y' = x - t,$$
$$x(0) = 3, \quad y(0) = 3.$$

① $-2\pi - 6$
② $-2\pi - 4$
③ $2\pi - 6$
④ $2\pi - 4$

중앙대학교

13 미분방정식 $y' - y = y^2$, $y(0) = 3$의 해에 대하여 $y(1)$의 값은?

① $\dfrac{3e}{4+3e}$ ② $\dfrac{3e}{4-3e}$

③ $\dfrac{4e}{4e+3}$ ④ $\dfrac{4e}{4e-3}$

14 미분방정식 $(\sin 2t)\,\mathrm{d}x + (2x\cos 2t - 2t)\,\mathrm{d}t = 0$의 해는?

① $x\cos 2t + t^2 = c$
② $x\cos 2t - t^2 = c$
③ $x\sin 2t + t^2 = c$
④ $x\sin 2t - t^2 = c$

15 미분방정식 $xy' - x^2\sin x = y$, $y(\pi) = 0$의 해에 대하여 $y(2\pi)$의 값은?

① -4π ② -2π

③ 0 ④ 2π

중앙대학교

16 미분방정식 $y'' - 2y' + y = e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$의 해에 대하여 $y(4)$의 값은?

① e^4 ② $2e^4$
③ $4e^4$ ④ $8e^4$

17 미분방정식 $(x^2 + 4x + 4)y'' + (3x + 6)y' + 2y = 0$의 해는?

① $y = (x+2)^{-1}[c_1 \cos(\ln(x+2)) + c_2 \sin(\ln(x+2))]$.
② $y = (x+2)^{-1}[c_1 \cos(2\ln(x+2)) + c_2 \sin(2\ln(x+2))]$.
③ $y = (x+2)^{-0.5}[c_1 \cos(\ln(x+2)) + c_2 \sin(\ln(x+2))]$.
④ $y = (x+2)^{-0.5}[c_1 \cos(2\ln(x+2)) + c_2 \sin(2\ln(x+2))]$.

18 미분방정식 $x' = x \sin t + 2te^{-\cos t}$, $x(0) = 0$의 해에 대하여 $x(\pi)$의 값은?

① $\pi^{-2}e$ ② $\pi^{-2}e^{-1}$
③ $\pi^2 e$ ④ $\pi^2 e^{-1}$

중앙대학교

19 $F(s)=\frac{1}{s^3+s^2+3s-5}$의 라플라스 역변환 $f(t)$의 식은?

① $\frac{e^t}{8}+\frac{e^{-t}}{8}\cos(2t)+\frac{e^{-t}}{8}\sin(2t)$

② $\frac{e^t}{8}+\frac{e^{-t}}{8}\cos(2t)-\frac{e^{-t}}{8}\sin(2t)$

③ $\frac{e^t}{8}-\frac{e^{-t}}{8}\cos(2t)+\frac{e^{-t}}{8}\sin(2t)$

④ $\frac{e^t}{8}-\frac{e^{-t}}{8}\cos(2t)-\frac{e^{-t}}{8}\sin(2t)$

20 미분방정식 $y''+y=\delta(t-2\pi)$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$의 해는? (단, u는 단위 계단함수이다.)

① $y=\sin t+(\sin t)u(t-2\pi)$

② $y=\sin t-(\sin t)u(t-2\pi)$

③ $y=\sin t+(\cos t)u(t-2\pi)$

④ $y=\sin t-(\cos t)u(t-2\pi)$

21 아래 적분방정식의 해에 대하여 $y(1)$의 값은?

$$y(t)-\int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau=t.$$

① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{7}{6}$

③ $\frac{11}{6}$ ④ $\frac{13}{6}$

중앙대학교

22 주기가 2π인 함수 $f(x)$를 아래와 같이 정의한다. 복소 푸리에 급수의 계수 c_n은?

$$f(x)=\begin{cases} e^{x} & -\pi<x<0 \\ e^{-x} & 0\le x<\pi \end{cases}.$$

$$f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}.$$

① $\dfrac{e^{-\pi}(-1)^n-1}{\pi(1+n^2)}$
② $\dfrac{1-e^{-\pi}(-1)^n}{\pi(1+n^2)}$
③ $\dfrac{1-e^{-\pi}(-1)^n}{2\pi(1+n^2)}$
④ $\dfrac{e^{-\pi}(-1)^n-1}{2\pi(1+n^2)}$

23 함수 f를 아래와 같이 정의한다. 푸리에 적분에서 $A(\alpha)$와 $B(\alpha)$가 바르게 짝지어진 것은?

$$f(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ x & 0\le x\le \pi \\ 0 & x>\pi \end{cases}.$$

$$f(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\left[A(\alpha)\cos(\alpha x)+B(\alpha)\sin(\alpha x)\right]\mathrm{d}\alpha.$$

① $A(\alpha)=\dfrac{\pi\alpha\sin(\pi\alpha)+\cos(\pi\alpha)-1}{\alpha^2}$, $B(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi\alpha)+\pi\alpha\cos(\pi\alpha)}{\alpha^2}$.

② $A(\alpha)=\dfrac{\pi\alpha\sin(\pi\alpha)-\cos(\pi\alpha)+1}{\alpha^2}$, $B(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi\alpha)-\pi\alpha\cos(\pi\alpha)}{\alpha^2}$.

③ $A(\alpha)=\dfrac{\pi\alpha\sin(\pi\alpha)+\cos(\pi\alpha)-1}{\alpha^2}$, $B(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi\alpha)-\pi\alpha\cos(\pi\alpha)}{\alpha^2}$.

④ $A(\alpha)=\dfrac{\pi\alpha\sin(\pi\alpha)-\cos(\pi\alpha)+1}{\alpha^2}$, $B(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi\alpha)+\pi\alpha\cos(\pi\alpha)}{\alpha^2}$.

24 아래 보기 중 복소 함수에 대한 매클로린 급수와 수렴반경 R이 모두 바르게 짝지어진 것의 개수는?

(가) $\dfrac{1}{4-2z}=\dfrac{1}{4}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{2^n},\quad R=2.$

(나) $\dfrac{1}{(1-z^2)(4+z^2)}=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]z^{2n},\quad R=1.$

(다) $\dfrac{1}{(1-z)^2}=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)z^n,\quad R=1.$

(라) $z\cos^2 z=z+\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 2^{2n+1}z^{2n-1}}{(2n)!},\quad R=\infty.$

① 1개
② 2개
③ 3개
④ 4개

중앙대학교

25 복소 방정식 $\sinh z = -1$의 해가 아닌 것은?

① $\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$

② $\ln\left(\sqrt{2}+1\right)+9\pi i$

③ $\ln\left(\sqrt{2}+1\right)-11\pi i$

④ $\ln\left(\sqrt{2}-1\right)+7\pi i$

26 복소수 z에 관한 아래 보기 중 옳은 것의 개수는?

(가) $\tanh z$는 주기 πi를 갖는다.

(나) 모든 z에 대해 $|\sin z|^2+|\cos z|^2=1$이다.

(다) 모든 z에 대해 $\tan^{-1} z=\frac{1}{2i}\log\left(\frac{1-iz}{1+iz}\right)$이다.

(라) $|\mathrm{Im}(z)|\geq 1$인 모든 z에 대해 $|\tan z|\leq\sqrt{1+\frac{1}{\sinh^2 1}}$이다.

(마) $e^{e^z}=1$을 만족하는 z는 없다.

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

27 복소 함수 $f(z)=\frac{z^2+2z+3}{[(z+1)(z^2-4)]}$를 중심 $z_0=1$인 테일러 급수로 바르게 전개한 것은?

① $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{3\cdot 2^n}-\frac{11}{12}+\frac{(-1)^n}{4\cdot 3^n}\right](z-1)^n.$

② $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{3\cdot 2^n}+\frac{11}{12}+\frac{(-1)^n}{4\cdot 3^n}\right](z-1)^n.$

③ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n}}{3\cdot 2^n}-\frac{11}{12}+\frac{(-1)^n}{4\cdot 3^n}\right](z-1)^n.$

④ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n}}{3\cdot 2^n}+\frac{11}{12}+\frac{(-1)^n}{4\cdot 3^n}\right](z-1)^n.$

중앙대학교

28 아래 보기 중 고립 특이점 z_0에서의 유수 $\mathrm{Res}(f, z_0)$가 바르게 짝지어진 것의 개수는?

(가) $f(z) = ze^{\frac{1}{z}}, \quad z_0 = 0, \mathrm{Res}(f, z_0) = \dfrac{1}{2}.$

(나) $f(z) = \dfrac{z^2}{1+z}, \quad z_0 = -1, \mathrm{Res}(f, z_0) = 1.$

(다) $f(z) = \dfrac{1-\cosh z}{z^3}, \quad z_0 = 0, \mathrm{Res}(f, z_0) = -\dfrac{1}{2}.$

(라) $f(z) = \dfrac{1}{(2-z)^3}, \quad z_0 = 2, \mathrm{Res}(f, z_0) = 0.$

① 1개 ② 2개
③ 3개 ④ 4개

29 닫힌 경로 C는 시계반대방향인 원 $|z| = 4$이다. 아래 적분의 값은?

$$\oint_C \frac{z}{e^{z^2}-1}\,\mathrm{d}z.$$

① $4\pi i$ ② $6\pi i$
③ $10\pi i$ ④ $12\pi i$

30 아래 특이적분의 값은?

$$\int_0^\infty \frac{x\sin x}{(x^2+1)(x^2+4)}\,\mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{\pi}{3}(e^{-1}+e^{-2})$ ② $\dfrac{\pi}{3}(e^{-1}-e^{-2})$
③ $\dfrac{\pi}{6}(e^{-1}+e^{-2})$ ④ $\dfrac{\pi}{6}(e^{-1}-e^{-2})$