한국외국어대학교

문제편

20문항

원본 수학 26–45번을 01–20번으로 재번호화했습니다. 별표는 확률·로그·급수·연속성 조건을 명시하거나 수정한 문항입니다. 원본 제한시간은 영어·수학 공통 90분입니다.

01 점 $P(2a, a)$에서 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = -1$에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하자. 삼각형 PAB가 정삼각형이 되는 실수 a들의 합을 구하시오.

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ 2 ⑤ $\frac{12}{5}$

02 방정식 $x^2 - 3|x - k| = 0$의 서로 다른 실근이 정확히 3개가 되도록 하는 실수 k의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오.

① $-\frac{16}{9}$ ② $-\frac{9}{16}$ ③ $-\frac{9}{4}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ 0

03 밑면의 반지름이 r, 높이가 h인 원기둥 모양의 뚜껑 없는 용기를 만든다. 부피가 2π이면서 겉넓이가 최소일 때 $r + h$를 구하시오.

① 3 ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$ ⑤ $2\sqrt[3]{2}$

한국외국어대학교

04 특정 인구집단에서 남자의 색맹 비율은 5%, 여자는 0.25%이다. 임의로 선택한 사람이 색맹이라는 조건에서 여자일 확률이 $\frac{1}{11}$이다. 여자의 수는 남자의 수의 몇 배인지 구하시오.

① 20 ② 2 ③ 1

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

05 좌표평면을 움직이는 점 P의 시각 $t \geq 0$에서 위치가 다음과 같다. 가속도 크기가 최소일 때 P의 y좌표를 구하시오.

$$x = \frac{1}{2}e^{-4t} - t^2, \quad y = e^{-2t}.$$

① 1 ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

06 실수 m, k에 대해 다음 함수가 모든 실수에서 미분 가능하다. m^2을 구하시오.

$$f(x) = \begin{cases} mx & x \leq k \\ 3\sqrt{x-2} & x > k \end{cases}.$$

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{9}{8}$

④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $3\frac{\sqrt{2}}{4}$

한국외국어대학교

07* 두 사건 A, B에 대한 다음 설명 중 틀린 것을 고르시오. 조건부확률이 쓰인 선택지에서는 $P(B) > 0$을 가정한다.

① $A \supset B$이면 $P(A|B) = 1$이다. (단, $B \neq \varnothing$이다.)

② $A \subset B$이면 $P(A|B) < P(A)$이다. (단, $B \neq \varnothing$이다.)

③ A와 B가 배반사건이면 $P(A|B) = 0$이다.

④ $P(B) = 1$이면 $P(A|B) = P(A)$이다.

⑤ $P(B) = 0$인 사건 B는 임의의 사건 A와 독립이다.

08 자연수 n에 대해 $\left(\frac{x}{3} + 2\right)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$을 구하시오.

① $\frac{11}{6}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{11}{3}$

④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 9

09 $0 < x < 1$에서 정의된 함수 f가 $1 - x = xe^{-f(x)}$를 만족한다. 역함수 g에 대하여 곡선 $y = g(x)$의 접선 기울기의 최댓값을 구하시오.

① -4 ② $-\frac{1}{4}$ ③ 1

④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 4

한국외국어대학교

10 곡선 $x = y^3 - y^2$와 직선 $x + y = 1$, x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{13}{12}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

11 실수 a에 대해 $z = a + 2ai$라 하자. 주어진 정수 n에 대하여 $|z + n|^2$의 a에 관한 최솟값이 5 이하가 되는 정수 n의 개수를 구하시오. $i = \sqrt{-1}$이고 $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$이다.

① 5 ② 4 ③ 3

④ 2 ⑤ 1

12* 양의 수열 a_n이 모든 정수 $n \geq 2$에 대해 $\frac{\ln n}{\ln a_n} = 2$를 만족한다. 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)^{a_n a_{n+1}}.$$

① 1 ② $e^{\frac{1}{2}}$ ③ e

④ e^2 ⑤ ∞

한국외국어대학교

13 확률변수 X의 확률밀도함수가 다음과 같고 분산이 $V(X)=\frac{2}{3}$이다. ab를 구하시오.

$$f(x)=\begin{cases} b(a-|x|) & |x|\le a \\ 0 & |x|>a \end{cases}.$$

① $\frac{3}{2}$ ② 1 ③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

14 $x>0$에서 정의된 함수 f가 다음을 만족한다. $f'(2)$를 구하시오.

$$1=f(x)\int_0^{\infty} te^{-xt}\,\mathrm{d}t.$$

① 4 ② -4 ③ $\frac{1}{4}$

④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ 0

15* 자연수 n에 대해 다음 수열의 극한을 구하시오.

$$a_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{\ln(n+k)-\ln n}{n+k},\quad \lim_{n\to\infty}a_n.$$

① $\frac{\ln 2}{2}$ ② $\ln 2$ ③ $(\ln 2)^2$

④ $\frac{(\ln 2)^2}{2}$ ⑤ 0

한국외국어대학교

16 실수 a, b에 대해 다음 극한이 성립할 때 $\frac{b}{a}$를 구하시오.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^x-a}{x-2}=b.$$

① 4 ② $\ln 2$ ③ $4\ln 2$
④ $\ln(2e)$ ⑤ $4\ln(2e)$

17* $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$에서 연속인 함수 f가 다음을 만족한다. f의 최솟값을 구하시오.

$$\int_0^x(\sin x-\sin t)f(t)\,\mathrm{d}t=\sin^2\left(\frac{x}{2}\right).$$

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

18 함수 $f(x)=\cos(2x^3)$의 멱급수가 다음과 같다. $\sum_{k=0}^{15}a_k$를 구하시오.

$$f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k.$$

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{1}{4}$
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{13}{24}$

한국외국어대학교

19 수열 a_n이 $a_1 = 1$이고 모든 자연수 n에 대해 다음을 만족한다. $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2$를 구하시오.

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = -3a_{n+1}.$$

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$

④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 3

20 세 변의 길이가 자연수이고 둘레가 24인 서로 다른 삼각형 중 임의로 하나를 선택한다. 이등변삼각형이 선택될 확률을 구하시오. 합동인 삼각형은 같은 삼각형으로 센다.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{6}$