숭실대학교

문제편

25문항

원문 수학 26-50번을 교재 1-25번으로 정리했습니다. 문제는 한 페이지에 3문항씩, 마지막 장에는 25번을 실었습니다. 모든 선택지를 원본과 대조했습니다.

01 극한값은?

$$\lim_{x\to 1} \ln\left(x^{\frac{1}{1-x}}\right).$$

① -1 ② 0

③ 1 ④ e

02 급수의 수렴반경은?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n x^n}{\sqrt[3]{n+1}}.$$

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$

③ 1 ④ 2

03 직선 $y=6x+k$가 곡선 $y=3x^3$과 서로 다른 교점을 2개 이상 갖는다. 이를 만족하는 k의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① $-\frac{32}{3}$ ② $-\frac{16}{3}$

③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$

숭실대학교

04 $f(x) = 1 + 2x + x^3 + e^x$일 때 $(f^{-1})'(2)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$

05 $y = \tan u$, $u = v - \frac{1}{v}$, $v = \ln x$일 때 $x = e$에서 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$의 값은?

① $\frac{1}{2e}$ ② $\frac{1}{e}$

③ $\frac{2}{e}$ ④ 1

06 모든 실수에서 연속인 함수 f와 $F'(x) = f(x)$를 만족하는 함수 F에 대하여 다음 정적분의 값은?

$$\int_1^3 f(3x)\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{1}{3}(F(3) - F(1))$ ② $\frac{1}{3}(F(9) - F(3))$

③ $3(F(3) - F(1))$ ④ $3(F(9) - F(3))$

숭실대학교

07 다음 두 급수의 수렴·발산을 올바르게 고른 것은?

가. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n^3-1}}$.

나. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+2} \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$.

① 가: 수렴, 나: 수렴
② 가: 수렴, 나: 발산
③ 가: 발산, 나: 수렴
④ 가: 발산, 나: 발산

08 다음 중 항상 참인 것을 모두 고르면?

가. $\lim_{x\to 3} f(x) = 5$, $\lim_{x\to 3} g(x) = 0$이면 $\lim_{x\to 3} \frac{f(x)}{g(x)}$는 존재하지 않는다.
나. $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} g(x)$가 둘 다 존재하지 않으면 $\lim_{x\to a}(f(x)+g(x))$도 존재하지 않는다.
다. $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재하고 $\lim_{x\to a} g(x)$가 존재하지 않으면 $\lim_{x\to a}(f(x)+g(x))$는 존재하지 않는다.
라. $\lim_{x\to 3}(f(x)g(x))$가 존재하면 그 값은 $f(3)g(3)$과 같다.

① 가, 나
② 가, 다
③ 다, 라
④ 가, 다, 라

09 곡선 $C : x^2 - xy + y^2 = 3$의 점 $A = (1, -1)$에서 접선에 수직인 직선이 C의 다른 점 B를 지난다. 선분 AB의 길이는?

① $\sqrt{2}$
② $2\sqrt{2}$
③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$

숭실대학교

10 미분가능한 함수 $g(u,v)$가 다음을 만족한다.

$$g_u(0,v)=\sqrt{v},\quad g_v(0,v)=\sqrt{v}-1.$$

$f(x,y)=g(y\cos x+e^x,4y^2)$일 때 $f_y(0,-1)$의 값은?

① -6 ② -2

③ 10 ④ 34

11 영역 $y\le -x^3-x^2+x+1,\ x\ge 0,\ y\ge 0$을 y축 둘레로 회전시킨 입체의 부피가 $\left(\frac{a}{b}\right)\pi$이다. a,b는 서로 약분되지 않는 자연수일 때 $a+b$의 값은?

① 17 ② 33

③ 53 ④ 83

12 구간 $[a,b]$를 같은 길이의 n개 부분구간으로 나누고 각 중점에서 함수값을 구한다.

$$\Delta x=\frac{b-a}{n},\quad \overline{x}_i=\frac{x_{i-1}+x_i}{2},$$

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\approx\sum_{i=1}^{n} f(\overline{x}_i)\Delta x.$$

이 방법으로 $n=4$일 때 다음 적분을 소수 첫째 자리까지 근사한 값은?

$$\int_{-0.5}^{3.5}\frac{x^2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$$

① 2.2 ② 2.4

③ 2.6 ④ 2.8

숭실대학교

13 함수 f가 다음과 같이 정의될 때 정적분의 값은?

$$f(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_{x^2}^{2x^2} \cos(t)^2\,\mathrm{d}t,$$

$$\int_0^{2\sqrt{\pi}} f(s)\,\mathrm{d}s.$$

① $\sqrt{\pi}$ ② π

③ $2\sqrt{\pi}$ ④ 2π

14 다음 이상적분 중 수렴하는 것의 개수는?

가. $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} x^2 e^x\,\mathrm{d}x.$

나. $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{2+e^{-2x^2}}{1+\ln x}\,\mathrm{d}x.$

다. $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{x^2\sqrt{\sin x}}\,\mathrm{d}x.$

라. $\displaystyle\int_{0}^{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt{|3x-1|}}\,\mathrm{d}x.$

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

15 정적분의 값은?

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1+x^2)e^{-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$ ② $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$

③ $\dfrac{3\sqrt{\pi}}{4}$ ④ $\dfrac{3\sqrt{\pi}}{2}$

숭실대학교

16 다음 중 참인 것을 모두 고르면?

가. 극곡선 $r = \sin(2\theta) - 1$과 $r = 1 - \sin(2\theta)$는 서로 다른 그래프이다.

나. $x = 4\sin(3t)$, $y = 4\cos(3t)$ $(0 \le t \le 2\pi)$, 극방정식 $r = 4$, 직교방정식 $x^2 + y^2 = 16$의 그래프는 모두 같다.

다. $x = t^2$, $y = t^4$의 그래프와 $x = t^3$, $y = t^6$의 그래프는 서로 다르다.

① 가, 나 ② 나

③ 가, 다 ④ 나, 다

17 다음 행렬의 고유벡터가 아닌 것은?

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

① $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

18 2×2 행렬 A의 고유값 1과 6에 대응하는 고유벡터가 각각 $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$이다. 다음 설명 중 참인 것의 개수는? ($I_2$는 단위행렬이다.)

가. A는 대칭행렬이다.

나. A는 대각행렬이다.

다. $\det A = 6$.

라. $\det(A^3 + I_2) = 432$.

마. $\operatorname{tr} A = 7$.

바. A^2의 모든 성분의 합은 9이다.

① 2개 ② 3개

③ 4개 ④ 5개

숭실대학교

19 초기조건 $y(0)=5,\ y'(0)=4$를 만족하는 다음 방정식의 해를 $y(x)$라 할 때 $y(\ln 4)$의 값은?

$$2y''-5y'+2y=0.$$

① 6 ② 12

③ 18 ④ 24

20 함수 $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$의 매클로린 급수가 다음과 같다.

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n.$$

해석함수 g, h의 매클로린 급수가 각각 다음과 같을 때 $g'(1)+h'(1)$의 값은?

$$g(x)=\sum_{n=3}^{\infty}a_n x^n,\quad h(x)=\sum_{n=5}^{\infty}a_n x^n.$$

① -2 ② $-\frac{3}{2}$

③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$

21 곡선 $x^4+y^4=x^2+y^2$ 위의 점이 갖는 y좌표의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{-1-\sqrt{2}}{2}$ ④ -1

숭실대학교

22 다음 두 삼중적분을 A, B라 할 때 $A-B$의 값은?

$$A=\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{4-\sqrt{x^2+y^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x,$$

$$B=\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{2-\sqrt{x^2+y^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

① 3π ② 4π
③ 5π ④ 6π

23 원기둥 $x^2+y^2=4$와 $x^2+y^2=9$ 사이에 있는 곡면 $z=y^2-x^2$의 넓이가 $\left(\frac{\pi}{a}\right)\left(b\sqrt{b}-c\sqrt{c}\right)$이다. a, b, c는 서로 약분되지 않는 자연수일 때 $a+b-c$의 값은?

① 23 ② 24
③ 25 ④ 26

24 공간의 기저 $a_1=\langle 1,0,1\rangle$, $a_2=\langle 1,1,0\rangle$, $a_3=\langle 1,2,0\rangle$에 순서대로 그람·슈미트 과정을 적용한 직교기저가 w_1, w_2, w_3이다. 벡터 길이의 곱 $\|w_1\|\|w_2\|\|w_3\|$은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

숭실대학교

25 초기조건 $f(0)=0$, $f'(0)=3$, $f''(0)=10$을 만족하는 방정식의 해가 $y=f(x)$이다.

$$y'''-3y''+y'-3y=0.$$

$-1\le x\le 1$에서 $f(x)=0$의 근 개수는?

① 0개 ② 1개

③ 2개 ④ 3개