숭실대학교

문제편

25문항

원문 수학 26-50번을 교재 1-25번으로 정리했습니다. 한 페이지에 3문항씩, 마지막 장에는 25번 한 문항을 실었습니다.

01 극한값은?

$$\lim_{x\to 0}(1+\tan(2x))^{\frac{1}{2x^2+x}}.$$

① $\frac{1}{2}$ ② 1

③ e ④ e^2

02 곡선 $2x^3+2y^3=9xy$ 위의 점 $(1,2)$에서 법선의 방정식은?

① $4x-5y+6=0$ ② $5x+4y-13=0$

③ $4x+5y-14=0$ ④ $5x-4y+3=0$

03 다음 이상적분 중 수렴하는 것을 모두 고르면?

가. $\displaystyle\int_1^\infty e^{-x^2}\,dx$

나. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1+e^{-x}}{x}\,dx$

다. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x-1}\,dx$

라. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{1+x^2}\,dx$

① 가, 나 ② 나, 다

③ 다, 라 ④ 가, 라

숭실대학교

04 다음 중 수렴하는 급수는?

① $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)$

② $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

③ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n+1}\right)$

④ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n+1}\right)$

05 곡면 $z=x^2+xy+y^3$ 위의 점 $(1,-1,-1)$에서 접평면의 법선벡터는?

① $(0,0,1)$

② $(-1,-4,1)$

③ $(2,1,3)$

④ $(-2,1,2)$

06 $\mathbb{R}^3$에서 $T_A(\boldsymbol{x})=A\boldsymbol{x}$로 정의되는 선형사상이 일대일 함수가 아닌 행렬 A는?

① $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&4&9\end{pmatrix}$

② $A=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&3\\2&3&4\end{pmatrix}$

③ $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&4\\3&4&5\end{pmatrix}$

④ $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&1\\1&-1&-1\end{pmatrix}$

숭실대학교

07 $x=1$에서 $f(x)=\operatorname{arccot}(x)$의 접선에 대한 선형근사식을 이용하여 $f(1.1)$을 근사하면?

① $\frac{\pi}{4}-0.05$ ② $\frac{\pi}{4}+0.05$

③ $\frac{\pi}{2}-0.05$ ④ $\frac{\pi}{2}+0.05$

08 곡선 $y=\operatorname{arctanh}(2x)$의 $x=0$에서 접선 방정식은?

① $y=-2x$ ② $y=\frac{x}{2}$

③ $y=x$ ④ $y=2x$

09 매개변수곡선 $x=2t,\ y=t^2-3$에 대하여 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② -1

③ $\frac{1}{2}$ ④ 1

숭실대학교

10 적분 $\int_0^4 e^{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $2(e^2+1)$ ② e^2+1

③ e^2 ④ e^2-1

11 함수 $f(x)=2x+\cos x$에 대하여 $\int_1^{2\pi-1} f^{-1}(x)\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\pi^2-\pi$ ② π^2-1

③ $2\pi+1$ ④ $\dfrac{\pi^2}{2}+1$

12 함수 $f(t)$와 $F(x)$가 다음과 같을 때 $F(x)$에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

$$f(t)=\begin{cases}2t & (0\le t<1)\\ 2-t & (1\le t\le 3)\end{cases},$$

$$F(x)=\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t.$$

① 구간 $[0,3]$에서 연속이다.

② $x=1$에서 미분 불가능하다.

③ 구간 $[1,3]$에서 감소한다.

④ $x=2$에서 최댓값을 갖는다.

숭실대학교

13 곡선 $y = \int_1^x \sqrt{t^3 - 1}\,\mathrm{d}t$의 $x = 1$과 $x = 4$ 사이 길이는?

① $\dfrac{62}{5}$ ② $\dfrac{14}{3}$

③ $\dfrac{\pi}{6}$ ④ $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}\pi$

14 다음 중 수렴반경이 가장 큰 멱급수는?

① $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n$ ② $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$

③ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n$ ④ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$

15 곡면 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$과 $x + 2y^2 + 3z^3 = 1$ 위의 점 $(2, 1, -1)$에서 두 곡면에 모두 접하는 직선의 방향 벡터는?

① $(13, -19, 7)$ ② $(5, -20, 9)$

③ $(11, -5, -4)$ ④ $(9, 0, -2)$

숭실대학교

16 2×2 행렬 A에 대해 $A^2 = I$일 때 옳은 것을 모두 고르면?

가. A는 가역행렬이다.

나. $\det(A) = -1$이면 $\mathrm{tr}(A) = 0$이다.

다. $\det(A) = 1$이면 A는 대각행렬이다.

① 가, 나 ② 가, 다

③ 나, 다 ④ 가, 나, 다

17 행렬 M의 고유값을 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$라 할 때 다음 식의 값은?

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3.$$

① 1 ② 3

③ 4 ④ 9

18 초깃값 문제 $y'' - y' - 2y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$의 해 $y(t)$에 대하여 $y(\ln 3)$의 값은?

① $-\dfrac{28}{3}$ ② $-\dfrac{3}{28}$

③ $\dfrac{3}{28}$ ④ $\dfrac{28}{3}$

숭실대학교

19 초깃값 문제 $y' = y - x$, $y(0) = \frac{2}{3}$의 해 $y(x)$가 최댓값을 갖는 x의 값은?

① $\ln 2$ ② $\ln 3$

③ $2\ln 3$ ④ $2\ln 5$

20 함수 $f(x) = \ln x + \frac{2}{x} + \frac{a}{x^2}$에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

가. $-\frac{1}{2} < a < 0$일 때 $f(x)$는 극댓값과 극솟값을 모두 갖는다.

나. $a < -\frac{1}{2}$일 때 $f(x)$는 극솟값을 갖는다.

다. $a > 0$일 때 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

① 가 ② 가, 다

③ 나, 다 ④ 가, 나, 다

21 반지름이 10 cm인 구에 내접하면서 높이가 매초 1 cm씩 줄어드는 직원뿔이 있다. 처음 12 cm였던 높이가 9 cm가 될 때, 직원뿔 부피의 순간변화율은 몇 cm^3/s인가?

① -42π ② -39π

③ -36π ④ -20π

숭실대학교

22 $f(x)$의 매클로린 급수와 $xf^{(3)}(x)$의 매클로린 급수가 다음과 같을 때 극한값은?

$$f(x)=\frac{2}{(2-x)^2}=\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n,$$
$$xf^{(3)}(x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_nx^n,\quad \lim_{n\to\infty}\frac{n^3a_n}{b_n}.$$

① 1 ② 2
③ 4 ④ 8

23 이중적분 $\int_0^4\int_{\sqrt{x}}^2\frac{1}{1+y^3}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$
③ $\dfrac{\ln 3}{3}$ ④ $\dfrac{2\ln 3}{3}$

24 삼중적분의 값은?

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\int_0^{\sqrt{x^2+y^2}}(x^2+y^2)\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{\pi}{20}$ ② $\dfrac{\pi}{10}$
③ $\dfrac{\pi}{5}$ ④ $\dfrac{\pi}{4}$

숭실대학교

25 초기조건과 연립 미분방정식이 다음과 같을 때, 두 해가 모두 0으로 수렴하게 하는 A의 값은?

$$\begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ A \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} {y_1}' \\ {y_2}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},$$
$$\lim_{t\to\infty} y_1(t) = \lim_{t\to\infty} y_2(t) = 0.$$

① -6 ② -3
③ 3 ④ 6