가천대학교

문제편

25문항 · 60분

01 극한 $\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt[n]{3}-1\right)$의 값은?

① 1 ② $\sqrt{3}$

③ 3 ④ $\ln 3$

02 곡선 $y=\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$, $1\le x\le 4$의 길이는?

① $\frac{2}{3}$ ② 2

③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$

03 함수 $f(x)=2x+\sin x$에 대하여 극한 $\lim_{t\to 0}\frac{f^{-1}(2t)}{2t}$의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{6}$

가천대학교

04 구간 $[1, 3]$에서 $f'(x) \geq 3$이고 $f(1) = 3$인 임의의 함수 f에 대하여, $f(3)$이 가질 수 있는 가장 작은 값은?

① 3 ② 6
③ 9 ④ 12

05 적분 $\int_0^{\frac{1}{2}} (\arcsin x + \arccos x)\, \mathrm{d}x$의 값은?

① 0 ② $\dfrac{\pi}{4}$
③ 1 ④ $\dfrac{\pi}{2}$

06 점 $(1, 0, -2)$와 점 $(3, 4, 0)$으로부터 같은 거리에 있는 점을 모두 포함하는 평면의 방정식이 $ax + by + cz = 5$이다. $a + b + c$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

가천대학교

07 입체 S의 밑면은 반지름이 $\frac{1}{2}$인 원이고 밑면에 수직인 단면은 정사각형이다. 입체 S의 부피는?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$

08 행렬 A에 대하여 벡터 $(a,b,1,0)$, $(c,d,0,1)$은 A의 영공간의 기저이다. $a+b+c+d$의 값은?

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1 & -1\\ 0 & 1 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

09 점 $(3,4)$에서 함수 $f(x,y)=\ln(x^2+y^2)$의 최대변화율은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$
③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$

가천대학교

10 멱급수 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n2^n \ln n}$의 수렴구간에 속하는 모든 정수 x의 합은?

① 2 ② 3
③ 4 ④ 5

11 적분 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $e-\sqrt{e}$ ② $\sqrt{e}$
③ e ④ $e+\sqrt{e}$

12 행렬 $A=\begin{pmatrix} -1 & a \\ b & 6 \end{pmatrix}$의 고유값 2에 대응하는 고유벡터가 $(1,3)$일 때, $a+b$의 값은?

① -10 ② -11
③ -12 ④ -13

가천대학교

13 평면 위의 곡선 C가 두 원 $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=4$ 사이 영역 D의 경계일 때, 다음 선적분의 값은?

$$\oint_C xe^{-2x}\,\mathrm{d}x+(x^4+2x^2y^2)\,\mathrm{d}y.$$

① 0
② π
③ e
④ 2π

14 구간 $[0,\frac{\pi}{2}]$에서 두 곡선 $y=\cos x$, $y=\sin 2x$ 사이 영역의 넓이는?

① $\dfrac{1}{8}$
② $\dfrac{1}{4}$
③ $\dfrac{1}{2}$
④ $\dfrac{3}{4}$

15 $\mathbb{R}^3$에서 원기둥 $x^2+z^2=2$와 평면 $x+y=1$의 교집합의 점 (x,y,z)에 대하여 $f(x,y,z)=x+y+z$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, $a+b$의 값은?

① 2
② $2\sqrt{2}$
③ $2+2\sqrt{2}$
④ 4

가천대학교

16 적분 $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 3\sqrt{y^3+1}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$ ④ $2\frac{\sqrt{2}}{3}$

17 원기둥 $y^2+z^2=1$과 두 평면 $x=-1, x=2$로 둘러싸인 경계 곡면을 S라 할 때, 벡터장 $F(x,y,z)=(3xy^2, xe^z, z^3)$에 대하여 바깥쪽 방향의 유량 $\iint_S F\cdot \mathrm{d}S$의 값은?

① $3\frac{\pi}{4}$ ② $3\frac{\pi}{2}$

③ $9\frac{\pi}{4}$ ④ $9\frac{\pi}{2}$

18 평면 $\mathbb{R}^2$에서 네 변의 길이의 합이 1인 정사각형을 S라 하자. S 밖의 점 (x,y)에서 S의 가장 가까운 점까지 거리를 $d(x,y)$라 한다. $R=\{(x,y)\mid (x,y)\text{ 는 }S\text{ 밖이고}, 0<d(x,y)\le 1\}$일 때, $\iint_R e^{-d(x,y)}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① $2+\pi-\frac{2+\pi}{e}$

② $1+2\pi-\frac{1+4\pi}{e}$

③ $2+\pi+\frac{1+2\pi}{e}$

④ $1+2\pi+\frac{1+\pi}{e}$

가천대학교

19 함수 $F(s)=\frac{s}{s^2-2s+5}$의 라플라스 역변환은?

① $e^{2t}\cos 2t$

② $e^{2t}\cos t+\frac{1}{2}e^{2t}\sin t$

③ $e^{t}\cos 2t+e^{t}\sin 2t$

④ $e^{t}\cos 2t+\frac{1}{2}e^{t}\sin 2t$

20 미분방정식 $y''+y=0$의 해 y가 $y\left(\frac{\pi}{3}\right)=2$, $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=-4$를 만족할 때, $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값은?

① $1-2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}-1$

③ $\sqrt{3}-2$ ④ $1+2\sqrt{3}$

21 다음 행렬 A에 대한 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

$$A=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

(가) A는 직교행렬이다.
(나) A의 행렬식은 1이다.
(다) A의 계수 $\operatorname{rank} A$는 4이다.

① (가), (나) ② (가), (다)

③ (나), (다) ④ (가), (나), (다)

가천대학교

22 반지름이 $5\ \mathrm{m}$인 원통형 탱크에 $3\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{min}}$의 속력으로 물이 채워지고 있다. 물의 높이 변화율은?

① $\dfrac{1}{25\pi}\ \mathrm{m/min}$ ② $\dfrac{2}{25\pi}\ \mathrm{m/min}$

③ $\dfrac{3}{25\pi}\ \mathrm{m/min}$ ④ $\dfrac{4}{25\pi}\ \mathrm{m/min}$

23 적분 $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \tan(\arcsin x)\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{1}{2}$

③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{3}{4}$

24 극한 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+k^2}$의 값은?

① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{3}$

③ $\dfrac{\pi}{2}$ ④ 2π

가천대학교

25 매개변수 방정식 $x = 3t^2 + 1$, $y = 2t^3 + 1$로 나타낸 곡선 위 점 $(4, 3)$에서 접선의 방정식이 $y = ax + b$일 때, $a + b$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3