한양대학교

문제편

25문항

원문 1번은 시험 유형 표기 안내로 수학 문항에서 제외했습니다. 원문 2–26번을 교재 1–25번으로 정리했습니다. 16번은 k의 양수 조건을 보완하고, 19번 셋째 보기는 앞 부호를 별표 정정했습니다.

01 곡선 $x^2 - y^2 = 1\ (x > 0)$과 두 직선 $5y = 3x$, $y = 0$으로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $\dfrac{\ln 2}{2}$ ② $\ln 2$

③ $\dfrac{3\ln 2}{2}$ ④ $2\ln 2$

02 극한의 값은?

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{1}{e}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\right]^{x}.$$

① $\dfrac{1}{e}$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

③ $\sqrt{e}$ ④ 1

03 곡면 $z = f(x, y)$ 위의 점 $(-1, 2, 3)$에서의 접평면을 α라 하자. $\nabla f(-1, 2) = \langle 2, -2\rangle$일 때 원점에서 평면 α까지의 거리는?

① 1 ② 2

③ 3 ④ 4

한양대학교

04 C는 포물선 $y=x^2$ 위에서 $(0,0)$부터 $(1,1)$까지의 호이다. 다음 선적분 중 값이 가장 큰 것은? 단, $\int_C f(x,y)\,\mathrm{d}s$는 호의 길이에 대한 선적분이다.

① $\displaystyle\int_C x\,\mathrm{d}y$ ② $\displaystyle\int_C y\,\mathrm{d}x$

③ $\displaystyle\int_C x\,\mathrm{d}s$ ④ $\displaystyle\int_C y\,\mathrm{d}s$

05 중적분의 값은?

$$\int_0^1 \int_{-x}^{x} \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\arctan\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\arctan\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

③ $\sqrt{2}\arctan\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ④ $2\sqrt{2}\arctan\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

06 C가 두 원 $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=4$ 사이 영역의 경계로 이루어진 양의 방향 곡선일 때 선적분의 값은?

$$\int_C (e^{\cos x}+y^3)\,\mathrm{d}x+\left(\sqrt{y^4+1}+2xy^2\right)\mathrm{d}y.$$

① $-15\dfrac{\pi}{4}$ ② $-5\dfrac{\pi}{2}$

③ $5\dfrac{\pi}{2}$ ④ $15\dfrac{\pi}{4}$

한양대학교

07 곡선

$$r(t) = \left\langle t^3 - 3\frac{t^2}{2} + 1, -t^3 + 3t^2 - 2t, 2t^2 - 4t - 1 \right\rangle$$

의 $t = 1$에서의 곡률 κ의 값은?

① 2 ② 3
③ 4 ④ 5

08 곡선 $r(t) = \langle 2\cos t, 2\sin t + 2, 2\cos t \rangle$의 $t = 0$에서의 접촉평면이 $ax + by + cz = d$일 때 $\frac{c}{a}$의 값은?

① -4 ② -3
③ -2 ④ -1

09 영역 $R = \{(x, y, z) : 9x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 1\}$에 대해 삼중적분의 값은?

$$\iiint_R \left(9x^2 + 4y^2 + z^2\right)^2 \mathrm{d}V.$$

① $\frac{\pi}{21}$ ② $\frac{\pi}{14}$
③ $2\frac{\pi}{21}$ ④ $\frac{\pi}{7}$

한양대학교

10 무한급수의 합은?

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n \sin\left(\frac{\pi}{3^{n+1}}\right)^3.$$

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

11 $f(x)=\frac{\cos x}{1+x^2+x^4}$의 $x=0$에서의 5차 테일러 다항식을 $p(x)=a_0+a_1x+\ldots+a_5x^5$라 할 때 $a_0+a_1+\ldots+a_5$의 값은?

① $-\frac{1}{12}$ ② $-\frac{1}{24}$

③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{1}{12}$

12 다음 보기에서 벡터공간 $\mathbb{R}^3$의 부분공간을 모두 고른 것은?

가. $\{(x,y,7x-5y) : x,y\in\mathbb{R}\}$

나. $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 3x+7y-1=0\}$

다. $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : xy=0\}\cap\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : yz=0\}\cap\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : zx=0\}$

라. $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 5x+2y-3z=0\}$

① 가, 나 ② 가, 라

③ 가, 나, 라 ④ 나, 다, 라

한양대학교

13 실수 성분의 3×3 행렬 공간 $M_3(\mathbb{R})$에서 두 부분공간

$$U = \{(a_{ij}) : a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0\},$$
$$W = \{(a_{ij}) : a_{ij} = a_{ji}, 1 \le i, j \le 3\}$$

의 차원의 합은?

① 11 ② 12
③ 13 ④ 14

14 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

의 행공간·열공간·영공간 차원을 각각 r, c, n이라 할 때 $r + c - n$의 값은?

① 2 ② 3
③ 4 ④ 5

15 선형사상 $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$가

$$T(1,1,0) = 2(1,1,0), \quad T(0,1,1) = (0,1,1),$$
$$T(1,0,1) = -(1,0,1)$$

을 만족한다. $T^{2018}(0,2,0) = (p,q,r)$일 때 $p + q + r$의 값은? 단, T^{2018}은 T를 2018번 합성한 사상이다.

① 2^{2018} ② $2^{2018} + 1$
③ 2^{2019} ④ $2^{2019} + 1$

한양대학교

16* $v_1 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}, 1, 1\right)$, $v_2 = (0, 1, -1)$과 양의 실수 k 및 벡터 v_3에 대해 $\{v_1, kv_2, v_3\}$는 $\mathbb{R}^3$의 정규직교기저이다. $v = \left(\sqrt{2}, 1, -5\right) = c_1 v_1 + c_2(kv_2) + c_3 v_3$일 때 $2c_1 + \sqrt{2}c_2$의 값은?

① -4 ② -2

③ 2 ④ 4

17 이차형식 $q(x, y) = 2x^2 + 2xy + 2y^2$를 직교대각화하면 $q(x, y) = X^2 + 3Y^2$이다. $X = lx + my$, $l > 0$일 때 m의 값은?

① $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

18 $y'' + 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -7$일 때 $y(1) + y'(1)$의 값은?

① $-2e^{-2} - 2e^{-3}$ ② $2e^{-2} - 2e^{-3}$

③ $-2e^{-2} + 2e^{-3}$ ④ $2e^{-2} + 2e^{-3}$

한양대학교

19* $x^2y'' + 5xy' + 5y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = -5$일 때 $y(e)$의 값은?

① $-e^{-2}(\cos 1 + 3\sin 1)$ ② $-e^{-2}(\cos 1 + 2\sin 1)$

③ $e^{-2}(\cos 1 - 3\sin 1)$ ④ $-e^{-2}(\cos 1 - 2\sin 1)$

20 연립 미분방정식

$$\begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

의 해에 대해 $x(1) + y(1) + z(1)$의 값은?

① $-e + 3e^2 - 4e^3$ ② $3e^2 - 4e^3$

③ $e - 3e^2 + 4e^3$ ④ $-3e^2 + 4e^3$

21 미분방정식 $(1 + x + 2x^2)y'' + (1 + 7x)y' + 2y = 0$, $y(0) = -1$, $y'(0) = -2$의 해를 $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$이라 할 때 a_3, a_4의 값은?

① $a_3 = -\frac{4}{3}$, $a_4 = \frac{53}{12}$ ② $a_3 = \frac{4}{3}$, $a_4 = -\frac{53}{12}$

③ $a_3 = -\frac{5}{3}$, $a_4 = \frac{55}{12}$ ④ $a_3 = \frac{5}{3}$, $a_4 = -\frac{55}{12}$

한양대학교

22 $y^{(4)}-16y=0$, $y(0)=\frac{7}{2}$, $y'(0)=-8$, $y''(0)=10$, $y'''(0)=-16$을 만족하는 해에 대해 $y\left(\frac{\pi}{4}\right)+y'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은?

① $-3e^{-\frac{\pi}{2}}-2$ ② $3e^{-\frac{\pi}{2}}-2$

③ $e^{\frac{\pi}{2}}-3e^{-\frac{\pi}{2}}-2$ ④ $e^{\frac{\pi}{2}}+3e^{-\frac{\pi}{2}}-2$

23 [주관식] 곡선

$$y=f(x)=\begin{cases}\frac{\tanh x}{x} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$$

와 세 직선 $x=\ln 2$, $x=0$, $y=0$으로 둘러싸인 영역을 y축 둘레로 회전시킨 부피가 $2\pi\ln a$일 때 $20a$의 값은?

답: _____

24 [주관식] 행렬 B는

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & -5\\ 0 & 2 & 6\\ 0 & 0 & a\end{pmatrix}$$

의 닮은 행렬이며 B의 특성다항식은 $f(x)=x^3+bx^2+cx-12$이다. B의 최소다항식 차수가 d일 때 $a+b+c+d$의 값은?

답: _____

한양대학교

25 [주관식] 연립 미분방정식

$$2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}-y=t,$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=t^2,\quad x(0)=1,\quad y(0)=0$$

의 해에서 $x(1)+y(1)=\frac{p}{q}$이다. p, q가 서로소일 때 $p+q$의 값은?

답: _____