# 한양대학교

## 문제편

25문항

21번은 직접 적분 관계식을 묻도록, 22번은 보기와 기존 해설의 양수 구간으로 조건을 명시했습니다. 두 별표는 편집 보완이며 확정 원문 복원이 아닙니다.

**01** $y$가 다음 방정식으로 정의된 $x$의 음함수일 때 $\frac{dy}{dx}$는? 단, $|x| > |y|$이다.

$$\ln(x^2 - y^2) = \tanh^{-1}\left(\frac{y}{x}\right).$$

① $-\dfrac{x+2y}{2x+y}$ ② $\dfrac{x+2y}{2x+y}$

③ $-\dfrac{2x+y}{x+2y}$ ④ $\dfrac{2x+y}{x+2y}$

**02** 극한 $\lim_{x\to 0^+}(\arcsin(3x))^{\frac{1}{\ln x}}$의 값은?

① 1 ② $e^{\frac{1}{3}}$

③ $e$ ④ $e^3$

**03** 극좌표의 두 곡선 $r_1 = \frac{1}{3}\sec\theta$, $r_2 = \frac{1}{2}\left(\sec\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2$의 교각은? 단, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$이다.

① $\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$

③ $\dfrac{\pi}{3}$ ④ $3\dfrac{\pi}{4}$

## 한양대학교

**04** 곡선 $y = \arcsin x$ 위의 점 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{3}\right)$에서 곡률은?

① $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

③ $\frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$ ④ $\frac{4\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

**05** 부정적분 $I = \int (\arcsin x)^2 \, dx$에 대해 $I = x(\arcsin x)^2 - 2J + C$일 때 $J$는? 단, $C$는 적분상수이다.

① $-\sqrt{1-x^2}\arcsin x - x$ ② $-\sqrt{1-x^2}\arcsin x + x$

③ $\sqrt{1-x^2}\arcsin x - x$ ④ $\sqrt{1-x^2}\arcsin x + x$

**06** $\int_0^\infty e^{-x^2} \, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$를 이용하여 $\int_0^\infty \sqrt{x}e^{-x} \, dx$의 값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

③ $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ④ $\sqrt{\pi}$

## 한양대학교

**07** 다음 멱급수의 수렴구간은?

$$\frac{x-2}{2}+\frac{(x-2)^2}{2^2\cdot 2}+\frac{(x-2)^3}{2^3\cdot 3}+\cdots.$$

① $1 \le x < 3$ ② $1 \le x \le 3$

③ $0 \le x < 4$ ④ $0 \le x \le 4$

**08** 함수 $f(x,y)=e^x \arctan(1+y)$의 매클로린 급수에서 $x, y$에 관한 2차항의 계수 합은?

① $\frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ ② $\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$

③ $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ ④ $\frac{\pi}{2}+1$

**09** 점 $(a,b)$에서 $f(x,y)=x^2+xy-y^2+x-y$가 가장 빠르게 변하는 방향이 $u=(1,1)^T$일 때 $a, b$의 관계식은?

① $-3a+b+2=0$ ② $-a+2b+2=0$

③ $a+2b+2=0$ ④ $a+3b+2=0$

## 한양대학교

**10** $f(x,y)=x^4-2x^2+y^3-3y$의 안장점은? 보기의 좌표는 $(x,y,f(x,y))$이다.

① $(0,-1,2)$ ② $(-1,1,-3)$

③ $(1,1,-3)$ ④ $(1,-1,1)$

**11** $xy$평면에서 다음 조건을 만족하는 영역의 넓이는?

$$x,y\geq 0,\quad x^2+y^2\leq 1,$$
$$\tan\left(\frac{x^2+y^2}{4}\right)\leq\frac{y}{x}\leq 1.$$

① $\frac{1}{8}\left(\pi-\frac{1}{2}\right)$ ② $\frac{1}{8}\left(\pi-\frac{1}{4}\right)$

③ $\frac{1}{8}\left(\pi-\frac{1}{6}\right)$ ④ $\frac{1}{8}\left(\pi-\frac{1}{8}\right)$

**12** 제1팔분공간에 있는 구면 $x^2+y^2+z^2=1$의 일부를 $S$라 하자. $S$의 $xy$평면 위 정사영이 극방정식 $r^2=\cos(2\theta)$의 내부일 때 $S$의 곡면적은?

① $\frac{\pi}{4}+1-\sqrt{2}$ ② $\frac{\pi}{4}-1+\sqrt{2}$

③ $\frac{\pi}{2}+1-\sqrt{2}$ ④ $\frac{\pi}{2}-1+\sqrt{2}$

## 한양대학교

**13** 세 점 $(1,0)$, $(0,2)$, $(2,2)$의 삼각형을 $A=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$로 선형변환했을 때 변환된 도형의 넓이는?

① 2 ② 4
③ 6 ④ 8

**14** 행렬 $A=\begin{pmatrix}5 & 0 & 1\\ -2 & 1 & 0\\ -3 & 0 & 1\end{pmatrix}$의 고유공간의 기저가 아닌 것은?

① $\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$ ② $\left\{\begin{pmatrix}1\\-2\\-3\end{pmatrix}\right\}$
③ $\left\{\begin{pmatrix}3\\-2\\-3\end{pmatrix}\right\}$ ④ $\left\{\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}\right\}$

**15** $V$는 $b_1=\begin{pmatrix}4\\0\\1\end{pmatrix}$, $b_2=\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$을 기저로 하는 $\mathbb{R}^3$의 부분공간이다. 벡터 $a=\begin{pmatrix}2\\0\\11\end{pmatrix}$과 $V$의 유클리드 거리는?

① $\sqrt{15}$ ② $2\sqrt{15}$
③ $\sqrt{21}$ ④ $2\sqrt{21}$

## 한양대학교

**16** 임의의 $\theta$에 대해 $v=(\cos\theta,\sin\theta)^T$를 $(0,1)^T$로 변환하는 2차 직교행렬은?

① $\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix}\cos(\theta-\frac{\pi}{2}) & \sin(\theta-\frac{\pi}{2})\\ -\sin(\theta-\frac{\pi}{2}) & \cos(\theta-\frac{\pi}{2})\end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix}\cos(\theta-\frac{\pi}{2}) & -\sin(\theta-\frac{\pi}{2})\\ \sin(\theta-\frac{\pi}{2}) & \cos(\theta-\frac{\pi}{2})\end{pmatrix}$

**17** 행렬

$$A=\begin{pmatrix}-2 & -5 & 8 & 0 & -17\\ 0 & 1 & -2 & 2 & -7\\ 0 & 7 & a & 14 & b\\ 0 & c & -18 & d & -63\end{pmatrix}$$

의 계수가 3이 되는 $a,b,c,d$는?

① $a=-14,b=-49,c=9,d=18$

② $a=-18,b=-63,c=1,d=3$

③ $a=-14,b=-49,c=7,d=14$

④ $a=-18,b=-63,c=2,d=6$

**18** 벡터 $v_1=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$, $v_2=\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$, $v_3=\begin{pmatrix}4\\3\\7\end{pmatrix}$, $v_4=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$가 생성하는 $\mathbb{R}^3$의 부분공간에 속하는 벡터는?

① $\begin{pmatrix}-1\\4\\2\end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix}4\\1\\-3\end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix}2\\-3\\5\end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix}1\\-3\\-2\end{pmatrix}$

## 한양대학교

**19** 다항식 공간 $P_3$의 순서 있는 기저는 $B=\{1,t,t^2,t^3\}$이다. $p=a_0+a_1t+a_2t^2+a_3t^3$의 좌표벡터는 $[p]_B=\begin{pmatrix}a_0\\a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$이다. 미분연산자 $D$를 이 기저에서 표현한 행렬 $[D]_B$는?

① $\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&3\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&3&0\end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&2&0&0\end{pmatrix}$

**20** $e^x\frac{dy}{dx}+x(1+y^2)=0$, $y(-1)=0$의 해는?

① $y=\tan((x+1)e^{-x})$ ② $y=\tan(2(x+1)e^{-x})$

③ $y=\tan(3(x+1)e^{-x})$ ④ $y=\tan(4(x+1)e^{-x})$

**21*** 다음 완전미분방정식을 직접 적분하여 얻은 관계식에 초기조건을 적용한 것은?

$$ye^x\,dx+(e^x-\sin y)\,dy=0,\quad y(0)=0.$$

① $\sin y+ye^x=0$ ② $\cos y+ye^x=1$

③ $\sin y+ye^{-x}=0$ ④ $\cos y+ye^{-x}=1$

## 한양대학교

**22*** $x^2y'' + \frac{1}{4}y = 0$의 일반해는? 단, $x > 0$이다.

① $y = \dfrac{c_1}{\sqrt{x}} + c_2x^2$ ② $y = \dfrac{c_1}{x} + c_2x^2$

③ $y = \sqrt{x}(c_1 + c_2 \ln x)$ ④ $y = x(c_1 + c_2 \ln x)$

**23** $\int x \tan x \sec(x)^2 \, dx = \frac{1}{2}(x\tan(x)^2 - \tan x + x)$를 이용하여 다음 미분방정식의 특수해를 고르면?

$$y'' - 2y' + y = e^x \tan x \sec(x)^2.$$

① $\dfrac{e^x}{2}\left(\tan\left(\dfrac{x}{2}\right) - \dfrac{x}{2}\right)$ ② $\dfrac{e^x}{2}(\tan x - x)$

③ $\dfrac{e^{2x}}{2}\left(\tan\left(\dfrac{x}{2}\right) - \dfrac{x}{2}\right)$ ④ $\dfrac{e^{2x}}{2}(\tan x - x)$

**24** $(1 - x^2)y'' - 2xy' + 6y = 0$의 해를 $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$으로 표현할 때 계수 관계식은? 단, $x \neq \pm 1$이다.

① $a_n = \dfrac{(n+1)(n+2)}{n(n-1)}a_{n-2}, \quad n \geq 2$ ② $a_n = \dfrac{(n-2)(n+1)}{n(n-1)}a_{n-2}, \quad n \geq 2$

③ $a_n = \dfrac{(n-3)(n+1)}{n(n-1)}a_{n-2}, \quad n \geq 2$ ④ $a_n = \dfrac{(n-4)(n+1)}{n(n-1)}a_{n-2}, \quad n \geq 2$

## 한양대학교

**25** $F(s)=\frac{1}{s^3+s^2+s+1}$의 역 라플라스 변환은?

① $\frac{e^{-t}-\sin t+\cos t}{2}$

② $\frac{e^{-t}+\sin t-\cos t}{2}$

③ $e^{-t}-\sin t+\cos t$

④ $e^{-t}+\sin t-\cos t$