이화여자대학교

문제편

30문항

01 0이 아닌 실수 전체에서 $f(x)=x^2+\frac{2}{x}$, $g(x)=ax+3$이 정의되어 있다. 실수 a에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오.

a. 교점의 개수는 3개 이하이다.
b. 서로 다른 교점이 정확히 2개인 실수 a가 존재한다.
c. 교점이 없는 실수 a가 존재한다.

① a ② b ③ c ④ a, c ⑤ a, b

02 함수 $f:[0,\infty)\to[1,\infty)$, $f(x)=e^{x^3+x}$는 역함수를 갖는다. 최고차항의 계수가 1인 실계수 이차함수 g에 대해 $h=f\circ g\circ f^{-1}$이고 $h(1)=(h\circ h)(1)=e^{10}$이다. $g(1)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

03 $\lfloor x\rfloor$는 x보다 크지 않은 가장 큰 정수이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오.

a. $y=\lfloor x\rfloor$와 $y=x-1$은 무한히 많은 교점을 갖는다.
b. $[-1,1]$에서 $y=\lfloor x\rfloor$와 $y=\lfloor x^3\rfloor$의 그래프는 같다.
c. $y=\lfloor x\rfloor$와 $y=\frac{2019}{2020}x$의 교점은 2020개이다.
d. $y=\lfloor x\rfloor$와 $y=\frac{2019}{2020}x-\frac{2019}{2020}$의 교점은 2019개이다.

① a, b ② a, c ③ b, c
④ b, d ⑤ c, d

이화여자대학교

04 급수 $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2^n(n-2)}$의 값은?

① $\ln 2 + \frac{5}{2}$ ② $\frac{9}{4}\ln 2 + \frac{11}{4}$

③ $\frac{9}{4}\ln 2 + 2$ ④ $\frac{5}{4}\ln 2 + \frac{3}{4}$

⑤ $\frac{1}{4}\ln 2 + \frac{13}{4}$

05 합 $\sum_{r=2}^{8} \binom{8}{r} 2^{8-r}(-3)^r$의 값은?

① $9 \cdot 2^8 - 1$ ② $5 \cdot 2^9 - 1$ ③ $5 \cdot 2^9 + 1$

④ $11 \cdot 2^8 + 1$ ⑤ $13 \cdot 2^8 + 1$

06 다음 급수 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

a. $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\tan\left(\frac{1}{n}\right)}{\ln n}$

b. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + (-1)^n}{n^3}$

c. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

d. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

① b, d ② a, b, c

③ b, c, d ④ a, b, d

⑤ a, b, c, d

이화여자대학교

07 세 점 $P=(1,1,0)$, $Q=(2,1,-1)$, $R=(1,-1,2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 2

08 극한 $\lim_{x\to 0}(1-\tan x)^{\frac{1}{x}}$의 값은?

① $-e$ ② $-\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ $\frac{1}{e}$

09 다음 집합이 나타내는 영역의 부피가 39이다. 양수 a의 값은?

$$\{(1,-1,7)+r(2,1,3)$$
$$+s(1,5,2)+t(-1,1,3)\}$$

$1\le r\le 2$, $2\le s\le 4$, $0\le t\le a$.

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

이화여자대학교

10 $0 \le k \le \ell$인 정수쌍에 대해 실수 $a_{\ell,k}$가 아래 조건을 만족한다. $a_{6,6} - \sum_{k=0}^{5} a_{5,k}$의 값은?

1) $a_{0,0} = 1, \quad a_{\ell,0} = a_{\ell-1,0} \quad (\ell \ge 1)$

2) $a_{\ell,k} = a_{\ell,k-1} + a_{\ell-1,k} \quad (1 \le k < \ell)$

3) $a_{\ell,\ell} = a_{\ell,\ell-1} \quad (\ell \ge 1)$

① 5 ② 14 ③ 132 ④ 42 ⑤ 0

11 4×4 행렬 A, B가 $\det(A) = 2$, $\det(-B) = 1$을 만족한다. $\det(2A^{-1}B^{T})$의 값은? (T는 전치이다.)

① -8 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 32

12 행렬 A가 비가역이 되게 하는 모든 실수 x의 합은?

$$A = \begin{pmatrix} -1 & x & 0 & 0 \\ x-1 & x & 0 & 2 \\ 0 & -1 & x & -3 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{pmatrix}.$$

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

이화여자대학교

13 정적분 $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x(1+(\ln x)^3)}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{\ln 2}{3}$ ② $\ln 2$

③ $\frac{\ln(1+e^3)-\ln 2}{3}$ ④ $\ln(1+e^3)-\ln 2$

⑤ $\frac{1}{2e}$

14 원점을 제외한 평면에서 $P(x,y)=-\frac{y}{x^2+y^2}$, $Q(x,y)=\frac{x}{x^2+y^2}$이다. C_1, C_2는 중심이 $(2020, 2020)$이고 반지름이 각각 2020, 4040인 원이다. 두 원의 방향은 **시계반대방향**이다. $a_j=\int_{C_j} P\,\mathrm{d}x+Q\,\mathrm{d}y$일 때 a_1-a_2의 값은?

① 0 ② -2020π ③ -4040π

④ 2π ⑤ -2π

15 곡면 $y=xz$, $x^2+z^2\le 1$의 넓이는?

① $2\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2\pi}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$

③ $\frac{4\pi}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$ ④ $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

⑤ $\pi\left(2\sqrt{2}-1\right)$

이화여자대학교

16 $x^2+2y^2+z^2\le 4$인 영역에서 $f(x,y,z)=x+yz$의 최댓값은?

① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 2

17 다음 두 정적분의 비는?

$$\frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{2020}x\,\mathrm{d}x}{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{2018}x\,\mathrm{d}x}$$

① $\frac{2019}{2020}$ ② $-\frac{2019}{2020}$ ③ $\frac{2019}{2}$
④ $-\frac{2019}{2}$ ⑤ $\frac{2020}{2018}$

18 다음 이변수 극한 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

a. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

b. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{(x+y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+y^2}$

c. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x(x^2+y^2)}{x^2+y^4}$

d. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x^2y}{x^3+y^3}$

① a, b ② a, b, c
③ a, b, c, d ④ b, c
⑤ d

이화여자대학교

21~30번 공통 보기

21~30번은 아래 공통 보기에서 답을 고르시오. 같은 보기를 여러 문항에 중복 사용할 수 있습니다.

①	$\frac{e}{2}$	②	-1	③	0	④	$\pi+1$	⑤	$\frac{3}{4}$
⑥	2π	⑦	4π	⑧	$\frac{e^2}{2}$	⑨	7	⑩	1
⑪	$\frac{e-1}{2}$	⑫	$\frac{e^2+1}{2}$	⑬	$14\frac{\pi}{3}$	⑭	8π	⑮	$3e$
⑯	$4e$	⑰	2	⑱	$e-1$	⑲	12	⑳	$\frac{1}{2}$

19 평면 $4x-2y+z=-1$과 곡면 $z=x^2+y^2+6$의 두 점 사이 거리의 최솟값은?

① $\frac{1}{\sqrt{21}}$ ② $\frac{2}{\sqrt{21}}$ ③ $\frac{3}{\sqrt{21}}$ ④ $\frac{5}{\sqrt{21}}$ ⑤ $\frac{7}{\sqrt{21}}$

20 행렬 A의 고윳값을 α, β, γ라 하자. $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$의 값은?

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 100 & -1\\ 3 & -1 & -100\end{pmatrix}.$$

① 0 ② 1 ③ -10000
④ 10014 ⑤ -10014

21 다음 세 급수의 수렴반경 중 최댓값과 최솟값의 곱은?

a. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!x^{n+1}}{n^n}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}x^{2n}}{9^n}$

c. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2x^n}{(2n)!}$

공통 보기 번호: _____

이화여자대학교

22 실수 전체에서 두 번 미분 가능한 f가 아래 조건을 만족한다. $f(1)+f(2)+f'(1)+f'(2)$의 값은?

$$f'(1)=2f'(2)\neq 0,$$
$$\lim_{x\to 1}\frac{(f(2x)-1)^2}{(x-1)f(x)-\ln x}=-2.$$

공통 보기 번호:

23 실수 전체에서 미분 가능한 f가 $\lim_{x\to\infty} f'(x)=3$을 만족한다. $\lim_{x\to\infty}[f(x+2)-f(x-2)]$의 값은?

공통 보기 번호:

24 극곡선 $r=1+\sin\theta$의 내부이면서 $r=\cos\theta$의 외부인 영역의 넓이는?

공통 보기 번호:

이화여자대학교

25 $z = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$이고 다음 합이 $a + b\sqrt{3}i$이다. 실수 a, b에 대해 ab의 값은?

$$\sum_{n=-1886}^{2019} (-1)^{n+\delta(n)} z^n = a + b\sqrt{3}i,$$

$$\delta(n) = \begin{cases} 0 & (\ n \geq 0\ ) \\ 1 & (\ n < 0\ ) \end{cases}.$$

공통 보기 번호: _____

26 다음 삼중적분의 값은?

$$\int_0^2 \int_0^{2-z} \int_0^{\sqrt{(2-z)^2-y^2}} \sqrt{9(x^2+y^2)}\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}z.$$

공통 보기 번호: _____

27 곡면 $z = \frac{y^2}{2}$와 $\sqrt{3}e^{2x} = y$의 교선 중 $1 \leq y \leq e$인 부분의 길이는?

공통 보기 번호: _____

이화여자대학교

28 원뿔 $z = \sqrt{3(x^2+y^2)}$ 위쪽이며 구면 $x^2+y^2+z^2 = 4z$ 안쪽인 영역의 부피는?
공통 보기 번호:

29 A는 $(0,0), (1,0), (2,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 영역이다. $\iint_A e^{(x-y)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?
공통 보기 번호:

30 곡면 $xy+2yz+2zx = 28$, $x, y, z > 0$ 위의 점 (x_0, y_0, z_0)에서 접평면과 xy, yz, xz 좌표평면이 이루는 세 이면각이 같다. $x_0+y_0+z_0$의 값은?
공통 보기 번호: