가천대학교

문제편

25문항 · 60분

01 극한 $\lim_{x\to 0^+}(\tan x)^x$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2

02 $x>1$에서 $f''(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, $f'(3)=2\sqrt{2}$일 때, $x\in[2,4]$인 f의 그래프 길이는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9

03 $f(x)=\frac{(x^3+2)^2 e^{4x}\cos(5\tan x)}{\sqrt{x^3+1}}$일 때, $f'(0)$의 값은?

① 16 ② 12 ③ 8 ④ 4

가천대학교

04 적분 $\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{16}$

05 $w=x^2+y^2+2z^2$, $x=e^{2t}$, $y=\cos t$, $z=\sin t$일 때, $t=2\frac{\pi}{3}$에서 $\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$의 값은?

① $4e^{8\frac{\pi}{3}}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $4e^{8\frac{\pi}{3}}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $4e^{8\frac{\pi}{3}}+\frac{1}{2}$ ④ $4e^{8\frac{\pi}{3}}-\frac{1}{2}$

06 열린 구간 $(-2,2)$에서 $f(x)=\lfloor x^3-3x\rfloor$의 불연속점 개수는? (단, $\lfloor\cdot\rfloor$은 최대정수함수)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13

가천대학교

07 $x>0$에서 $y^2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+\frac{y^3}{x}=\frac{2}{x^2}$, $y(1)=2$일 때, $y\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?

① $46^{\frac{1}{3}}$ ② $43^{\frac{1}{3}}$ ③ $37^{\frac{1}{3}}$ ④ $35^{\frac{1}{3}}$

08 $0\le\theta\le\frac{\pi}{4}$일 때 극곡선 $r=8\sin^3\left(\frac{\theta}{3}\right)$의 길이는?

① π ② $\pi-3$ ③ $\pi+3$ ④ 2π

09 다음 행렬에서 $Ax=b$의 최소제곱해를 $\hat{x}$라 할 때, $\hat{x}$의 모든 성분의 합은?

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&-1&1\\3&0&1\\3&1&1\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\3\end{pmatrix}$$

① -2 ② 1 ③ 3 ④ 5

가천대학교

10 멱급수 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$이 $x=3$에서 수렴하고 $x=-5$에서 발산한다. 보기 중 수렴하는 급수의 개수는?

(ㄱ) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n$

(ㄴ) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n 6^n$

(ㄷ) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (-2)^n$

(ㄹ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n c_n 8^n$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

11 다음 P가 A를 직교대각화할 때, $a+b+c+d+e$의 값은?

$$P=\begin{pmatrix} a & \frac{4}{3\sqrt{5}} & c \\ b & \frac{2}{3\sqrt{5}} & d \\ 0 & \frac{5}{3\sqrt{5}} & e \end{pmatrix}$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

편집 보충: 구할 식은 기존 해설의 합이며, $a>0$, $c>0$을 사용한다.

① $-\frac{1}{3}-\frac{1}{\sqrt{5}}$ ② $-\frac{1}{3}+\frac{1}{\sqrt{5}}$

③ $\frac{1}{3}+\frac{1}{\sqrt{5}}$ ④ $\frac{1}{3}-\frac{1}{\sqrt{5}}$

12 S가 곡면 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$과 평면 $z=0$으로 둘러싸인 입체 E의 경계일 때, $F(x,y,z)=z^2k$에 대한 $\iint_S F\cdot \mathrm{d}S$의 값은?

편집 보충: 밑면 원판을 포함한 폐곡면의 바깥 법선을 사용한다.

① 8π ② 9π ③ 10π ④ 12π

가천대학교

13 $f(x,y)=\arctan(xy)+2024xe^{y^2-1}$일 때, $\int_0^1\int_0^1 \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① $\frac{\pi}{4}-2023+\frac{2024}{e}$ ② $\frac{\pi}{4}+2025-\frac{2024}{e}$

③ $\frac{\pi}{4}+2024-\frac{2024}{e}$ ④ $\frac{\pi}{4}+2024+\frac{2024}{e}$

14 유클리드 내적의 $\mathbb{R}^3$에서 다음 기저를 그람–슈미트 방법으로 직교기저로 변환했다. $3a+2b+2c+d$의 값은?

$u_1=(1,1,1)$, $u_2=(0,1,1)$, $u_3=(0,0,1)$이고 $v_1=(1,1,1)$, $v_2=\left(-\frac{1}{3},a,b\right)$, $v_3=\left(-\frac{1}{2},c,d\right)$이다.
편집 보충: 기존 해설에 맞추어 u_1,u_3,u_2 순서로 직교화한다. 원문 나열 순서와 다르다.

① $\frac{4}{3}$ ② 1

③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{3}{2}$

15 $y''+9y=2\sin(3x)$의 해가 $y(0)=1$, $y'(0)=\frac{5}{3}$을 만족할 때 $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값은?

① π ② 1 ③ $\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{2}{3}$

가천대학교

16 $0 \le x \le 4$, $-2 \le y \le 2$에서 $f = x^2 - 2xy + 4y^2 - 4x - 2y + 24$의 최댓값이 M, 최솟값이 m일 때 $M + m$의 값은?

① 77
② $\dfrac{311}{4}$
③ 80
④ 다른 보기 중에 답이 없음

17 보기 중 수렴하는 급수의 개수는?

(ㄱ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^{n^2}}$
(ㄴ) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$
(ㄷ) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln \ln n}}$
(ㄹ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln n}{(n+1)^3}$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

18 적분 $\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2}\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$의 값은?

① $\dfrac{\pi}{5}$
② $\dfrac{\pi}{5} \ln 5$
③ $\dfrac{\pi}{6} \ln 5$
④ $\dfrac{\pi}{8} \ln 5$

가천대학교

19 $\mathbb{R}^4$에서 보기 중 일차독립인 벡터 집합의 개수는?

(ㄱ) $\{(1,2,3,4),(2,3,4,5),$
$(3,4,5,7),(2,1,3,4)\}$
(ㄴ) $\{(1,4,-1,1),(2,4,-2,2),$
$(3,6,-6,3),(4,8,4,-4)\}$
(ㄷ) $\{(-1,0,-1,2),(1,-1,-2,4),$
$(-3,-1,5,2),(-1,-2,4,4)\}$

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

20 적분 $\int_0^1 (\arctan x)^2\,\mathrm{d}x - \int_0^1 (\operatorname{arccot} x)^2\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $-\dfrac{\pi}{2}\ln 2$ ② $-\dfrac{\pi}{4}\ln 2$

③ $\dfrac{\pi}{3}\ln 2$ ④ $2\dfrac{\pi}{3}\ln 2$

21 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&4\\5&6&0\end{pmatrix}$의 역행렬 A^{-1}의 모든 주대각성분의 합은?

① 36 ② 38 ③ -38 ④ -36

가천대학교

22 점 $(2,2,1)$에서 곡면 $x^2-y^2+z^2=1$, $x+y+z=5$의 교선에 대한 접선이 $\frac{x-2}{a}=y-2=\frac{z-1}{b}$일 때 $|a+b|$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

23 직선 $y=4x$와 곡선 $y=x^3$으로 둘러싸인 제1사분면 영역을 $y=4x$에 대해 회전시킨 입체의 부피는?

① $2^8\dfrac{\pi}{105\sqrt{17}}$ ② $2^9\dfrac{\pi}{105\sqrt{17}}$

③ $2^{10}\dfrac{\pi}{105\sqrt{17}}$ ④ $2^{11}\dfrac{\pi}{105\sqrt{17}}$

24 $D=\{(x,y):|x|+|y|\le 1\}$에 대해 점 (x,y)와 D 사이의 거리를 $f(x,y)$라 한다. $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-f(x,y)}\,\mathrm{d}A$의 값은?

① $2\sqrt{2}+1+\pi$ ② $2\sqrt{2}+2+\pi$

③ $4\sqrt{2}+1+2\pi$ ④ $4\sqrt{2}+2+2\pi$

가천대학교

25 곡선 $r(t) = \left(\ln t, t^2 + 3t, 4\sqrt{t}\right)$의 점 $(0, 4, 4)$에서 가속도 벡터의 접선 성분과 법선 성분의 합은?

① $\dfrac{5 + \sqrt{129}}{30\sqrt{30}}$

② $\dfrac{5 + \sqrt{153}}{30\sqrt{30}}$

③ $\dfrac{7 + \sqrt{115}}{\sqrt{30}}$

④ $\dfrac{7 + \sqrt{131}}{\sqrt{30}}$