숙명여자대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

극한정의·곡선적분 유형정복

허용구간부터 곡면의 넓이까지 정밀하게

300

극한의 정의

$$|x-a|<\delta$$

→

곡선의 길이

$$\int \sqrt{1+(y')^2}\,\mathrm{d}x$$

→

곡면 넓이

$$\int_S f\,\mathrm{d}S$$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

문제편

문제·해설 세트 19,900원

001 극한 정의의 최대 허용구간

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

$x>0$이고 $0<|x-2|<\delta$이면 $|x^2-4|<\dfrac{5}{9}$가 성립하도록 하는 양수 δ의 최댓값은?

01 $-2+\dfrac{\sqrt{41}}{3}$

02 $\dfrac{5}{9}$

03 $\dfrac{5}{36}$

04 $-4+\dfrac{2\sqrt{41}}{3}$

05 $2-\dfrac{\sqrt{31}}{3}$

풀이 / 검산

002 극한 정의의 최대 허용구간

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

$x>0$이고 $0<|x-5|<\delta$이면 $|x^2-25|<\dfrac{5}{2}$가 성립하도록 하는 양수 δ의 최댓값은?

01 $-5+\dfrac{\sqrt{110}}{2}$

02 $\dfrac{5}{2}$

03 $\dfrac{1}{4}$

04 $-10+\sqrt{110}$

05 $5+\dfrac{\sqrt{110}}{2}$

풀이 / 검산

175 기울어진 밑면과 수직 단면

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

밑면이 $x^2+(y+12x+3)^2\le 16$인 입체가 있다. x축에 수직인 각 단면은 직사각형이며, 밑면 안의 y방향 선분을 밑변으로 하고 높이는 그 밑변 길이의 2배이다. 부피는?

01 8192

02 $\dfrac{512}{3}$

03 64π

04 $\dfrac{2048}{3}$

05 $\dfrac{1024}{3}$

풀이 / 검산

176 기울어진 밑면과 수직 단면

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

밑면이 $x^2+(y+7x+6)^2\le 36$인 입체가 있다. x축에 수직인 각 단면은 직사각형이며, 밑면 안의 y방향 선분을 밑변으로 하고 높이는 그 밑변 길이의 1배이다. 부피는?

01 8064

02 1152

03 288

04 576

05 72π

풀이 / 검산

숙명여자대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

극한정의·곡선적분 유형정복

허용구간부터 곡면의 넓이까지 정밀하게

300

극한의 정의

$$|x-a|<\delta$$

→

곡선의 길이

$$\int \sqrt{1+(y')^2}\,\mathrm{d}x$$

→

곡면 넓이

$$\int_S f\,\mathrm{d}S$$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

정답·해설

문제·해설 세트 19,900원

001 극한 정의의 최대 허용구간

정답 01번 · $-2+\frac{\sqrt{41}}{3}$

접근의 단서

함숫값 오차 조건을 x의 허용구간으로 정확하게 바꾼다.

1 함수 x^2는 양의 구간에서 증가한다. 허용되는 x 구간은 $\left(\sqrt{\frac{31}{9}},\sqrt{\frac{41}{9}}\right)$이다.

2 중심에서 양 끝까지의 거리 중 작은 값을 택한다. 제곱근 함수의 오목성 때문에 오른쪽 거리가 더 작다.

3 따라서 $\delta=\sqrt{\frac{41}{9}}-2=-2+\frac{\sqrt{41}}{3}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 중심에서 양 끝까지의 거리 중 작은 값을 택한다. 열린 구간 조건이므로 그 경계값 자체를 δ로 사용할 수 있다.

같은 원리로 다시 풀기 002 · 003 · 004 · 005

002 극한 정의의 최대 허용구간

정답 01번 · $-5+\frac{\sqrt{110}}{2}$

접근의 단서

함숫값 오차 조건을 x의 허용구간으로 정확하게 바꾼다.

1 함수 x^2는 양의 구간에서 증가한다. 허용되는 x 구간은 $\left(\sqrt{\frac{45}{2}},\sqrt{\frac{55}{2}}\right)$이다.

2 중심에서 양 끝까지의 거리 중 작은 값을 택한다. 제곱근 함수의 오목성 때문에 오른쪽 거리가 더 작다.

3 따라서 $\delta=\sqrt{\frac{55}{2}}-5=-5+\frac{\sqrt{110}}{2}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 중심에서 양 끝까지의 거리 중 작은 값을 택한다. 열린 구간 조건이므로 그 경계값 자체를 δ로 사용할 수 있다.

같은 원리로 다시 풀기 001 · 003 · 004 · 005

175 기울어진 밑면과 수직 단면

정답 04번 · $\dfrac{2048}{3}$

접근의 단서

한 x값에서 밑면의 y방향 폭을 구하고 단면 넓이를 x의 함수로 나타낸다.

1 x를 고정하면 y 구간의 길이는 $2\sqrt{16-x^2}$이다. 구간의 중심 이동은 길이에 영향을 주지 않는다.

2 단면 넓이는 $8(16-x^2)$이며 $-4 \le x \le 4$이다.

3 $V=\displaystyle\int_{-4}^{4} 8(16-x^2)\,\mathrm{d}x = \frac{2048}{3}$이다.

> **마지막 확인**
>
> y구간의 중심 이동은 구간 길이에 영향을 주지 않는다. 높이 비율은 단면 넓이에서 한 번 곱한다.

같은 원리로 다시 풀기 176 · 177 · 178 · 179

176 기울어진 밑면과 수직 단면

정답 02번 · 1152

접근의 단서

한 x값에서 밑면의 y방향 폭을 구하고 단면 넓이를 x의 함수로 나타낸다.

1 x를 고정하면 y 구간의 길이는 $2\sqrt{36-x^2}$이다. 구간의 중심 이동은 길이에 영향을 주지 않는다.

2 단면 넓이는 $4(36-x^2)$이며 $-6 \le x \le 6$이다.

3 $V=\displaystyle\int_{-6}^{6} 4(36-x^2)\,\mathrm{d}x = 1152$이다.

> **마지막 확인**
>
> y구간의 중심 이동은 구간 길이에 영향을 주지 않는다. 높이 비율은 단면 넓이에서 한 번 곱한다.

같은 원리로 다시 풀기 175 · 177 · 178 · 179