성균관대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

선형대수·공학수학 유형정복

행렬의 구조에서 미분방정식의 해까지

300

행렬 조건

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

→

고유공간

$$\lambda_1, \lambda_2$$

→

해의 구조

$$y'' + py' + qy = 0$$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

문제편

문제·해설 세트 19,900원

025 행렬 다항식으로 구하는 역행렬

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

실수 7×7 행렬 A가 $A^2 - 13A + 40I = 0$, $\mathrm{tr}\ A = 41$을 만족한다. $\mathrm{tr}(A^{-1})$의 값은? I는 단위행렬이다.

01 $\dfrac{-7}{10}$

02 50

03 $\dfrac{33}{10}$

04 $\dfrac{5}{4}$

05 $\dfrac{1}{41}$

풀이 / 검산

026 행렬 다항식으로 구하는 역행렬

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

실수 7×7 행렬 A가 $A^2 - 14A + 48I = 0$, $\mathrm{tr}\ A = 48$을 만족한다. $\mathrm{tr}(A^{-1})$의 값은? I는 단위행렬이다.

01 $\dfrac{25}{24}$

02 $\dfrac{1}{48}$

03 $\dfrac{73}{24}$

04 50

05 $\dfrac{-17}{24}$

풀이 / 검산

175 적분조건으로 결정하는 론스키안

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

연속함수 p, q에 대해 $\int_0^t (p(u)-7)\,\mathrm{d}u = -\ln(1+t^2)$이다. 방정식 $y''+p(t)y'+q(t)y=0$의 두 해의 론스키안 W가 $W(0)=4$일 때 $W(2)$의 값은?

01 $\dfrac{4}{5\exp(14)}$

02 $\dfrac{5}{\exp(14)}$

03 $20\exp(14)$

04 $\dfrac{20}{\exp(14)}$

05 $\dfrac{4}{\exp(14)}$

풀이 / 검산

176 적분조건으로 결정하는 론스키안

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

연속함수 p, q에 대해 $\int_0^t (p(u)-7)\,\mathrm{d}u = -2\ln(1+t^2)$이다. 방정식 $y''+p(t)y'+q(t)y=0$의 두 해의 론스키안 W가 $W(0)=5$일 때 $W\left(\dfrac{3}{2}\right)$의 값은?

01 $\dfrac{845}{16\exp\left(\frac{21}{2}\right)}$

02 $\dfrac{80}{169\exp\left(\frac{21}{2}\right)}$

03 $\dfrac{845\exp\left(\frac{21}{2}\right)}{16}$

04 $\dfrac{169}{16\exp\left(\frac{21}{2}\right)}$

05 $\dfrac{5}{\exp\left(\frac{21}{2}\right)}$

풀이 / 검산

성균관대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

선형대수·공학수학 유형정복

행렬의 구조에서 미분방정식의 해까지

300

행렬 조건

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

→

고유공간

$$\lambda_1, \lambda_2$$

→

해의 구조

$$y'' + py' + qy = 0$$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

정답·해설

문제·해설 세트 19,900원

025 행렬 다항식으로 구하는 역행렬

정답 04번 · $\frac{5}{4}$

접근의 단서

행렬 다항식을 이용해 역행렬을 원래 행렬과 단위행렬의 일차결합으로 나타낸다.

1 상수항이 0이 아니므로 A는 가역이다. 양변에 역행렬을 곱하면 $A - 13I + 40A^{-1} = 0$이다.

2 따라서 $A^{-1} = \frac{13I - A}{40}$이다.

3 대각합을 취하면 $\mathrm{tr}(A^{-1}) = \frac{91 - 41}{40} = \frac{5}{4}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 가역성을 먼저 확인한다. 단위행렬의 대각합은 행렬의 크기와 같다.

같은 원리로 다시 풀기 026 · 027 · 028 · 029

026 행렬 다항식으로 구하는 역행렬

정답 01번 · $\frac{25}{24}$

접근의 단서

행렬 다항식을 이용해 역행렬을 원래 행렬과 단위행렬의 일차결합으로 나타낸다.

1 상수항이 0이 아니므로 A는 가역이다. 양변에 역행렬을 곱하면 $A - 14I + 48A^{-1} = 0$이다.

2 따라서 $A^{-1} = \frac{14I - A}{48}$이다.

3 대각합을 취하면 $\mathrm{tr}(A^{-1}) = \frac{98 - 48}{48} = \frac{25}{24}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 가역성을 먼저 확인한다. 단위행렬의 대각합은 행렬의 크기와 같다.

같은 원리로 다시 풀기 025 · 027 · 028 · 029

175 적분조건으로 결정하는 론스키안

정답 04번 · $\dfrac{20}{\exp(14)}$

접근의 단서

론스키안은 일계도함수의 계수만으로 결정되므로 아벨의 공식을 사용한다.

1 아벨의 공식은 $W(t)=W(0)\exp\left(-\int_0^t p(u)\,\mathrm{d}u\right)$이다.

2 주어진 조건에서 $\int_0^t p(u)\,\mathrm{d}u = 7t-\ln(1+t^2)$이다.

3 따라서 $W(t)=4e^{-7t}(1+t^2)$이고 원하는 값은 $\dfrac{20}{\exp(14)}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 방정식의 최고차항 계수가 1인지 확인한다. 주어진 적분식과 공식의 음수를 각각 반영한다.

같은 원리로 다시 풀기 176 · 177 · 178 · 179

176 적분조건으로 결정하는 론스키안

정답 01번 · $\dfrac{845}{16\exp\left(\frac{21}{2}\right)}$

접근의 단서

론스키안은 일계도함수의 계수만으로 결정되므로 아벨의 공식을 사용한다.

1 아벨의 공식은 $W(t)=W(0)\exp\left(-\int_0^t p(u)\,\mathrm{d}u\right)$이다.

2 주어진 조건에서 $\int_0^t p(u)\,\mathrm{d}u = 7t-2\ln(1+t^2)$이다.

3 따라서 $W(t)=5e^{-7t}(1+t^2)^2$이고 원하는 값은 $\dfrac{845}{16\exp\left(\frac{21}{2}\right)}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 방정식의 최고차항 계수가 1인지 확인한다. 주어진 적분식과 공식의 음수를 각각 반영한다.

같은 원리로 다시 풀기 175 · 177 · 178 · 179