홍익대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

변수변환·공학수학 유형정복

좌표를 바꾸고 해의 구조를 읽다

300

좌표 변환

$$(x, y) \to (u, v)$$

→

미분방정식

$$x^2y'' + axy' + by = 0$$

→

푸리에 모드

$$\sum b_n \sin\left(n\pi \frac{x}{L}\right)$$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

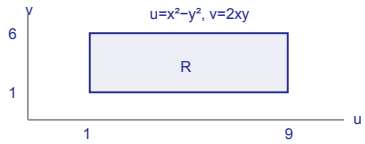
문제편

문제·해설 세트 19,900원

079 비선형 변수변환과 한쪽 가지

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

$D=\{(x,y):x>0, 1\le x^2-y^2\le 9, 1\le 2xy\le 6\}$이다. $\iint_D (x^2+y^2)(2xy)^1\,\mathrm{d}A$의 값은?



01 140

02 35

03 -35

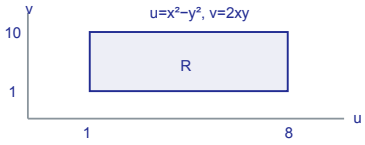
04 $\dfrac{35}{8}$

풀이 / 검산

080 비선형 변수변환과 한쪽 가지

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

$D=\{(x,y):x>0, 1\le x^2-y^2\le 8, 1\le 2xy\le 10\}$이다. $\iint_D (x^2+y^2)(2xy)^2\,\mathrm{d}A$의 값은?



01 $\dfrac{-2331}{4}$

02 $\dfrac{2331}{4}$

03 $\dfrac{2331}{2}$

04 $\dfrac{6993}{4}$

풀이 / 검산

163 파동방정식의 모드와 초기변위

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

양 끝이 고정된 길이 3인 현에서 $u_{tt}=25u_{xx}$, $u(0,t)=u(3,t)=0$이다. 초기속도는 0이고 $u(x,0)=4\sin\left(\pi\dfrac{x}{3}\right)+3\sin\left(3\pi\dfrac{x}{3}\right)$이다. $u\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{15}\right)$의 값은?

01 -1

02 5

03 -5

04 1

풀이 / 검산

164 파동방정식의 모드와 초기변위

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

양 끝이 고정된 길이 2인 현에서 $u_{tt}=25u_{xx}$, $u(0,t)=u(2,t)=0$이다. 초기속도는 0이고 $u(x,0)=9\sin\left(\pi\dfrac{x}{2}\right)+5\sin\left(3\pi\dfrac{x}{2}\right)$이다. $u\left(\dfrac{2}{2},\dfrac{2}{15}\right)$의 값은?

01 $\dfrac{19}{2}$

02 4

03 7

04 14

풀이 / 검산

홍익대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

변수변환·공학수학 유형정복

좌표를 바꾸고 해의 구조를 읽다

300

좌표 변환

$$(x, y) \to (u, v)$$

→

미분방정식

$$x^2y'' + axy' + by = 0$$

→

푸리에 모드

$$\sum b_n \sin\left(n\pi \frac{x}{L}\right)$$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

정답·해설

문제·해설 세트 19,900원

079 비선형 변수변환과 한쪽 가지

정답 02번 · 35

접근의 단서

경계를 이루는 두 이차식을 새 변수로 잡으면 영역이 직사각형이 된다.

1 $u=x^2-y^2$, $v=2xy$로 놓으면 $\left|\dfrac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}\right|=4(x^2+y^2)$이다.

2 $x>0$, $v>0$ 조건에서 역변환은 유일하다. 따라서 $I=\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_{1}^{9}\int_{1}^{6} v\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}u$이다.

3 직사각형 영역에서 적분하면 $I=35$이다.

> **마지막 확인**
>
> 야코비안의 절댓값과 역변환의 가지 수를 확인한다. x의 부호 조건이 중복 대응을 제거한다.

같은 원리로 다시 풀기 080 · 081 · 082 · 083

080 비선형 변수변환과 한쪽 가지

정답 02번 · $\dfrac{2331}{4}$

접근의 단서

경계를 이루는 두 이차식을 새 변수로 잡으면 영역이 직사각형이 된다.

1 $u=x^2-y^2$, $v=2xy$로 놓으면 $\left|\dfrac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}\right|=4(x^2+y^2)$이다.

2 $x>0$, $v>0$ 조건에서 역변환은 유일하다. 따라서 $I=\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_{1}^{8}\int_{1}^{10} v^2\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}u$이다.

3 직사각형 영역에서 적분하면 $I=\dfrac{2331}{4}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 야코비안의 절댓값과 역변환의 가지 수를 확인한다. x의 부호 조건이 중복 대응을 제거한다.

같은 원리로 다시 풀기 079 · 081 · 082 · 083

163 파동방정식의 모드와 초기변위

정답 02번 · 5

접근의 단서

고정된 양 끝의 조건에 맞는 사인 모드별로 시간 변화를 계산한다.

1. 초기속도가 0이므로 각 모드의 시간항은 $\cos\left(n\pi 5\dfrac{t}{3}\right)$이다.
2. $x=\dfrac{3}{2}$에서 두 공간항은 1과 −1이고, $t=\dfrac{3}{15}$에서 두 시간항은 1/2과 −1이다.
3. 두 모드를 더하면 $4\cdot\dfrac{1}{2}+3\cdot(-1)\cdot(-1)=5$이다.

> **마지막 확인**
>
> 초기속도가 0이면 시간의 사인항이 없다. 공간항과 시간항의 부호를 각각 확인한 뒤 더한다.

같은 원리로 다시 풀기 164 · 165 · 166 · 167

164 파동방정식의 모드와 초기변위

정답 01번 · $\dfrac{19}{2}$

접근의 단서

고정된 양 끝의 조건에 맞는 사인 모드별로 시간 변화를 계산한다.

1. 초기속도가 0이므로 각 모드의 시간항은 $\cos\left(n\pi 5\dfrac{t}{2}\right)$이다.
2. $x=\dfrac{2}{2}$에서 두 공간항은 1과 −1이고, $t=\dfrac{2}{15}$에서 두 시간항은 1/2과 −1이다.
3. 두 모드를 더하면 $9\cdot\dfrac{1}{2}+5\cdot(-1)\cdot(-1)=\dfrac{19}{2}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 초기속도가 0이면 시간의 사인항이 없다. 공간항과 시간항의 부호를 각각 확인한 뒤 더한다.

같은 원리로 다시 풀기 163 · 165 · 166 · 167