중앙대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

선택형 심화계산 유형정복

정리를 고르고, 계산하고, 보기까지 검산한다

300

조건 → 풀이 → 검산

01	02	03	04

60개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

문제편

문제·해설 세트 19,900원

033 로그 거듭제곱의 이상적분

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

다음 이상적분의 값을 구하시오.

$$\int_0^1 (x^7(\ln(x))^2)\,\mathrm{d}x$$

01 $\dfrac{1}{512}$

02 $\dfrac{1}{32}$

03 $\dfrac{1}{256}$

04 $\dfrac{2}{343}$

풀이 / 검산

034 로그 삼각함수 적분

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

이상적분 $I = 3\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin(2x))\,\mathrm{d}x$의 값은?

01 $-3\pi\ln(2)$

02 $-\dfrac{3\pi\ln(2)}{2}$

03 $-\dfrac{3\pi\ln(2)}{4}$

04 $\dfrac{3\pi\ln(2)}{2}$

풀이 / 검산

123 헤시안 판별식

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

$f(x,y)=12x^2+2xy+6y^2$에 대하여 원점에서의 이계도함수 판별식 $D=f_{xx}f_{yy}-\left(f_{xy}\right)^2$를 구하시오.

01 288

02 284

03 286

04 36

풀이 / 검산

124 발산 정리와 구면

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

구면 $x^2+y^2+z^2=9$의 바깥쪽 방향에 대해 벡터장 $F=(9x,10y,6z)$의 유량을 구하시오.

01 684π

02 900π

03 675π

04 36π

풀이 / 검산

중앙대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

선택형 심화계산 유형정복

정리를 고르고, 계산하고, 보기까지 검산한다

300

조건 → 풀이 → 검산

01	02	03	04

60개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

정답·해설

문제·해설 세트 19,900원

033 로그 거듭제곱의 이상적분

정답 03번 · $\dfrac{1}{256}$

접근의 단서

로그의 음수를 새 변수로 놓아 구간을 양의 무한구간으로 바꾼다.

1 $u=-\ln x$로 두면 $x=e^{-u}$이고 적분 방향이 반대가 된다.

2 $$\int_0^{\infty} u^2 e^{-8u}\,\mathrm{d}u$$

3 감마형 적분을 적용하면 $\dfrac{2!}{8^3}=\dfrac{1}{256}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 치환에서 뒤집힌 적분 방향과 미분 요소의 음수를 함께 처리한다.

같은 원리로 다시 풀기 041 · 060 · 204 · 288

034 로그 삼각함수 적분

정답 02번 · $-\dfrac{3\pi\ln(2)}{2}$

접근의 단서

사인과 코사인의 대칭성, 배각공식을 이용해 같은 적분에 관한 방정식을 세운다.

1 $u=2x$로 치환하면 $I=\left(\dfrac{3}{2}\right)J$, $J=\int_0^{\pi}\ln(\sin u)\,\mathrm{d}u$이다.

2 $K=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(\sin u)\,\mathrm{d}u$라 두면 대칭성으로 같은 구간의 $\ln(\cos u)$ 적분도 K이고 $J=2K$이다.

3 $2K=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln\left(\frac{\sin(2u)}{2}\right)\mathrm{d}u=\frac{J}{2}-\left(\frac{\pi}{2}\right)\ln 2$이므로 $J=-\pi\ln 2$이다.

4 따라서 $I=-\dfrac{3\pi\ln(2)}{2}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 끝점의 로그 특이점은 이상적분으로 처리한다. 변수 치환의 배율과 대칭성의 배율을 구분한다.

같은 원리로 다시 풀기 047 · 054 · 230 · 273

123 헤시안 판별식

정답 02번 · 284

접근의 단서

순수 이계편도함수 둘과 혼합편도함수를 먼저 각각 계산한다.

1
$$f_{xx}=24,\quad f_{yy}=12,\quad f_{xy}=2$$

2
$$D=24\cdot 12-(2)^2$$

3 따라서 $D=284$이다.

> **마지막 확인**
>
> 판별식은 혼합편도함수의 제곱을 뺀 값이다. 극값의 종류까지 묻는다면 일차 조건도 확인한다.

같은 원리로 다시 풀기 132 · 148 · 237 · 251

124 발산 정리와 구면

정답 02번 · 900π

접근의 단서

닫힌 구면의 유량은 발산 정리로 구 내부의 부피 적분으로 바꿀 수 있다.

1
$$\nabla\cdot F=25$$

2
$$\iint_S F\cdot n\,\mathrm{d}S=\iiint_V (25)\,\mathrm{d}V$$

3 구의 부피 $4\pi\dfrac{3^3}{3}$을 곱하면 900π이다.

> **마지막 확인**
>
> 벡터장이 내부 전체에서 매끄럽고 법선이 바깥쪽인지 확인한다. 발산이 상수면 부피를 곱한다.

같은 원리로 다시 풀기 138 · 150 · 233 · 279