아주대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

미적분·도형연결 유형정복

곡선을 읽고 적분의 경계를 연결하다

300

곡선 $r = f(\theta)$ → **영역** $\iint_D f \, dA$ → **경로** $\int_C P \, dx + Q \, dy$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA

편입수학 유형훈련 시리즈

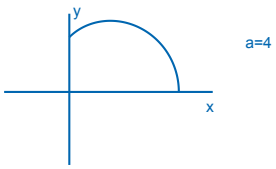
문제편

문제·해설 세트 19,900원

079 심장형 극곡선의 호의 길이

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

극곡선 $r = 4(1 + \cos\theta)$에서 $0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}$에 해당하는 호의 길이를 구하시오.



01 2π

02 $8\sqrt{2}$

03 32

04 $4\sqrt{2}$

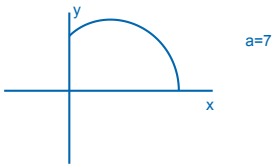
05 $16\sqrt{2}$

풀이 / 검산

080 심장형 극곡선의 호의 길이

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

극곡선 $r = 7(1 + \cos\theta)$에서 $0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}$에 해당하는 호의 길이를 구하시오.



01 $14\sqrt{2}$

02 56

03 $7 + \dfrac{7\pi}{2}$

04 $7\sqrt{2}$

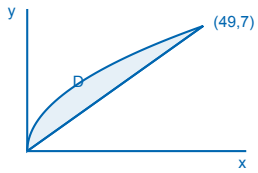
05 $28\sqrt{2}$

풀이 / 검산

115 포물선 사이 영역의 질량

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

영역 $D=\{(x,y):0\le y\le 7, y^2\le x\le 7y\}$인 얇은 판의 면밀도는 $\rho(x,y)=5y$이다. 판의 질량은?



01 $\dfrac{12005}{12}$

02 $\dfrac{-12005}{12}$

03 $\dfrac{2401}{12}$

04 $\dfrac{12005}{3}$

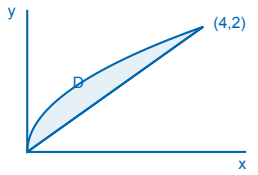
05 $\dfrac{1715}{6}$

풀이 / 검산

116 포물선 사이 영역의 질량

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

영역 $D=\{(x,y):0\le y\le 2, y^2\le x\le 2y\}$인 얇은 판의 면밀도는 $\rho(x,y)=6y^2$이다. 판의 질량은?



01 $\dfrac{4}{3}$

02 $\dfrac{48}{5}$

03 $\dfrac{8}{5}$

04 8

05 $\dfrac{-48}{5}$

풀이 / 검산

아주대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

미적분·도형연결 유형정복

곡선을 읽고 적분의 경계를 연결하다

300

곡선
$r = f(\theta)$

→

영역
$\iint_D f \, dA$

→

경로
$\int_C P \, dx + Q \, dy$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA
편입수학 유형훈련 시리즈

정답·해설
문제·해설 세트 19,900원

079 심장형 극곡선의 호의 길이

정답 02번 · $8\sqrt{2}$

접근의 단서

극좌표 곡선의 길이는 반지름과 반지름의 도함수를 함께 사용한다.

1 $r^2+\left(\dfrac{dr}{d\theta}\right)^2=32(1+\cos\theta)=64\cos^2\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$이다.

2 길이 요소는 $8\left|\cos\left(\dfrac{\theta}{2}\right)\right|\,d\theta$이다. 구간에 π가 내부점으로 있으면 그 점에서 나눈다.

3 지정된 구간에서 적분하면 $8\sqrt{2}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 제곱근에서 생긴 절댓값의 부호를 주어진 각도 구간에서 확인한다. 부호가 바뀌면 그 점에서 나눈다.

같은 원리로 다시 풀기 080 · 081 · 082 · 083

080 심장형 극곡선의 호의 길이

정답 01번 · $14\sqrt{2}$

접근의 단서

극좌표 곡선의 길이는 반지름과 반지름의 도함수를 함께 사용한다.

1 $r^2+\left(\dfrac{dr}{d\theta}\right)^2=98(1+\cos\theta)=196\cos^2\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$이다.

2 길이 요소는 $14\left|\cos\left(\dfrac{\theta}{2}\right)\right|\,d\theta$이다. 구간에 π가 내부점으로 있으면 그 점에서 나눈다.

3 지정된 구간에서 적분하면 $14\sqrt{2}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 제곱근에서 생긴 절댓값의 부호를 주어진 각도 구간에서 확인한다. 부호가 바뀌면 그 점에서 나눈다.

같은 원리로 다시 풀기 079 · 081 · 082 · 083

114 곡선 경계에서 적분순서 전환

정답 04번 · $-2+2\sqrt{626}$

접근의 단서

적분영역을 부등식으로 다시 적어 간단해지는 순서로 적분한다.

1. 영역은 $0 \le y \le 5,\ 0 \le x \le y^3$이다. x를 먼저 적분하면 $I = 4\displaystyle\int_0^5 \frac{y^3}{\sqrt{1+y^4}}\,\mathrm{d}y$이다.
2. $u = 1+y^4$로 놓으면 $\mathrm{d}u = 4y^3\,\mathrm{d}y$이다.
3. 따라서 $I = \dfrac{4}{2}\left(\sqrt{626}-1\right) = -2+2\sqrt{626}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 바깥 변수의 전체 범위부터 정한다. 안쪽 적분을 마친 뒤 남는 폭과 치환 미분요소를 확인한다.

같은 원리로 다시 풀기 109 · 110 · 111 · 112

115 포물선 사이 영역의 질량

정답 01번 · $\dfrac{12005}{12}$

접근의 단서

질량은 면밀도를 영역 전체에 적분한 값이다. 한 좌표를 고정해 영역의 폭을 구한다.

1. y를 고정하면 가로 폭은 $7y-y^2$이다.
2. 질량은 $\displaystyle\int_0^7 5y(7y-y^2)\,\mathrm{d}y$이다.
3. 거듭제곱을 적분하면 $I = 5\left(\dfrac{2401}{3}-\dfrac{2401}{4}\right) = \dfrac{12005}{12}$이다.

> **마지막 확인**
>
> 밀도와 폭을 모두 곱한다. 결과의 부호가 양수인지와 넓이만 계산하지 않았는지 확인한다.

같은 원리로 다시 풀기 116 · 117 · 118 · 119