동국대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

다변수·영역연결 유형정복

함수의 조건을 공간의 적분으로 연결하다

300

다변수 조건 ∇f → **영역 변환** $D \to R$ → **경계의 방향** $\int_S F \cdot n \, \mathrm{d}S$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA
편입수학 유형훈련 시리즈

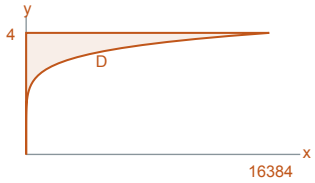
문제편
문제·해설 세트 19,900원

121 곡선 경계에서 적분순서 전환

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

다음 이중적분의 값을 구하시오.

$$\int_{0}^{16384}\int_{x^{\frac{1}{7}}}^{4}\frac{8}{\sqrt{1+y^{8}}}\,dy\,dx$$



01 $-1+\sqrt{65537}$

02 $2-2\sqrt{65537}$

03 $-2+2\sqrt{65537}$

04 $-8+8\sqrt{65537}$

05 $2\sqrt{65537}$

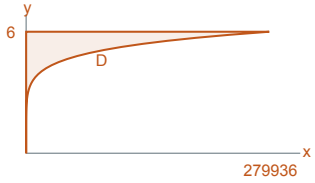
풀이 / 검산

122 곡선 경계에서 적분순서 전환

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

다음 이중적분의 값을 구하시오.

$$\int_{0}^{279936}\int_{x^{\frac{1}{7}}}^{6}\frac{10}{\sqrt{1+y^{8}}}\,dy\,dx$$



01 $\frac{-5}{4}+\frac{5\sqrt{1679617}}{4}$

02 $\frac{5\sqrt{1679617}}{2}$

03 $-10+10\sqrt{1679617}$

04 $\frac{-5}{2}+\frac{5\sqrt{1679617}}{2}$

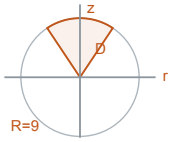
05 $\frac{-1}{4}+\frac{\sqrt{1679617}}{4}$

풀이 / 검산

139 원뿔과 구 사이의 구면좌표

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

입체 $D=\left\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 81, z\ge \frac{3}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right\}$의 부피는?



01 $\frac{486\pi\left(13-3\sqrt{13}\right)}{13}$

02 $\frac{1458\sqrt{13}\pi}{13}$

03 $\frac{972\pi\left(13-3\sqrt{13}\right)}{13}$

04 $\frac{243\pi\left(13-3\sqrt{13}\right)}{13}$

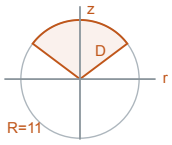
05 486π

풀이 / 검산

140 원뿔과 구 사이의 구면좌표

자신 있음 ☐ 다시 보기 ☐

입체 $D=\left\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 121, z\ge \frac{3}{4}\sqrt{x^2+y^2}\right\}$의 부피는?



01 $\frac{2662\pi}{3}$

02 $\frac{2662\pi}{5}$

03 $\frac{5324\pi}{15}$

04 $\frac{10648\pi}{15}$

05 $\frac{5324\pi}{5}$

풀이 / 검산

동국대학교
TUNA TRANSFER MATHEMATICS

다변수·영역연결 유형정복

함수의 조건을 공간의 적분으로 연결하다

300

다변수 조건 ∇f → **영역 변환** $D \to R$ → **경계의 방향** $\int_S F \cdot n \, \mathrm{d}S$

30개 훈련유형 · 유형훈련 180문항 · 혼합훈련 120문항

TUNA
편입수학 유형훈련 시리즈

정답·해설
문제·해설 세트 19,900원

121 곡선 경계에서 적분순서 전환

정답 03번 · $-2+2\sqrt{65537}$

1 영역은 $0\le y\le 4,\ 0\le x\le y^7$이다. x를 먼저 적분하면 $I=8\displaystyle\int_0^4 \frac{y^7}{\sqrt{1+y^8}}\,\mathrm{d}y$이다.

2 $u=1+y^8$로 놓으면 $\mathrm{d}u=8y^7\,\mathrm{d}y$이다.

3 따라서 $I=\dfrac{8}{4}\left(\sqrt{65537}-1\right)=-2+2\sqrt{65537}$이다.

오답 주의 x를 먼저 적분할 때 x방향 구간의 길이와 분자의 상수를 모두 남긴다.

122 곡선 경계에서 적분순서 전환

정답 04번 · $\dfrac{-5}{2}+\dfrac{5\sqrt{1679617}}{2}$

1 영역은 $0\le y\le 6,\ 0\le x\le y^7$이다. x를 먼저 적분하면 $I=10\displaystyle\int_0^6 \frac{y^7}{\sqrt{1+y^8}}\,\mathrm{d}y$이다.

2 $u=1+y^8$로 놓으면 $\mathrm{d}u=8y^7\,\mathrm{d}y$이다.

3 따라서 $I=\dfrac{10}{4}\left(\sqrt{1679617}-1\right)=\dfrac{-5}{2}+\dfrac{5\sqrt{1679617}}{2}$이다.

오답 주의 x를 먼저 적분할 때 x방향 구간의 길이와 분자의 상수를 모두 남긴다.

139 원뿔과 구 사이의 구면좌표

정답 01번 · $\dfrac{486\pi\left(13-3\sqrt{13}\right)}{13}$

1 구면좌표에서 $0 \le \rho \le 9$이고 천장각 φ는 $0 \le \varphi \le \arctan\left(\dfrac{2}{3}\right)$이다.

2 $V = \displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\arctan\left(\frac{2}{3}\right)}\int_0^{9} \rho^2 \sin\varphi \, d\rho \, d\varphi \, d\theta$이다.

3 $\cos\left(\arctan\left(\dfrac{2}{3}\right)\right) = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$이므로 $V = \dfrac{486\pi\left(13-3\sqrt{13}\right)}{13}$이다.

오답 주의 원뿔 위쪽이라는 조건을 천장각의 상한으로 바꾸고 ρ²sinφ를 포함한다.

140 원뿔과 구 사이의 구면좌표

정답 03번 · $\dfrac{5324\pi}{15}$

1 구면좌표에서 $0 \le \rho \le 11$이고 천장각 φ는 $0 \le \varphi \le \arctan\left(\dfrac{4}{3}\right)$이다.

2 $V = \displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\arctan\left(\frac{4}{3}\right)}\int_0^{11} \rho^2 \sin\varphi \, d\rho \, d\varphi \, d\theta$이다.

3 $\cos\left(\arctan\left(\dfrac{4}{3}\right)\right) = \dfrac{3}{5}$이므로 $V = \dfrac{5324\pi}{15}$이다.

오답 주의 원뿔 위쪽이라는 조건을 천장각의 상한으로 바꾸고 ρ²sinφ를 포함한다.